

DYNES3D

A computer program
for
dynamic response analysis of level ground
by
effective stress-nonlinear method

Version 2.77

May 2020
(Original version May, 1995)

関東学院大学
吉田 望

目 次

DYNES3D	0
A computer program	0
for	0
dynamic response analysis of level ground	0
by	0
effective stress-nonlinear method	0
Version 2.76	0
November 2010	0
(Original version May, 1995)	0
関東学院大学	0
吉田 望	0
1 はじめに	1
1.1 使用条件など	2
2 データの入力	3
2.1 タイトル	3
2.2 基本量の指定	4
2.3 基本定数	6
2.4 材料特性	7
2.5 地盤特性	23
2.6 基盤の特性	24
2.7 モード比例減衰に関する入力	25
2.8 地震動の特性	26
3 データ入力に対する注意	28
3.1 一次元解析と体積変化	28
3.2 吉田モデルにおける一次元モデルと多次元モデルの剛性の違い	28
3.3 大気圧	28
3.4 単位体積重量	28
3.5 Rayleigh 減衰	29
3.6 Rayleigh 減衰とモード比例減衰	29
3.7 時間細分化時の出力	29
3.8 絶対値出力と相対値出力	30
4 エラーメッセージ	31
5 出力	32
5.1 印刷	32
5.2 最大値ファイル	32
5.3 時刻歴ファイル	32
6 補助プログラム	34
6.1 要素試験シミュレーションプログラム SIMELM	34
6.2 計算値取り出しのための補助プログラム PSTDYNES	34
6.3 PSTDYNES の出力を整理する VECTOR	39
7 理論	40
7.1 構成則	40
7.2 固有値解析	68
8 バージョン情報	72

1 はじめに

DYNES は、地盤と地盤・構造物汎用解析コード STADAS から、一次元の地震応答解析の部分を取り出したものです。STADAS は汎用解析コードですので、解析に際しては入力データの準備もかなり大変ですが、一次元地震応答解析に特化することによりデータ入力の簡略化と使いやすさをはかったものです。

Version 2.0より土柱モデルですが、水平2方向と鉛直方向の3方向入力が可能になりました。それに伴いコード名を DYNES から DYNES3D と変更しました。DYNES は元来が水平成層地盤に対する解析コードですので、3D の名前を付けても一般の三次元解析と混乱することはないと考えています。土柱モデルではない、通常の多次元解析はこれまで同様 STADAS で扱っていきます。

DYNES の使用に関する条件のうち、重要なものは1.1節に示しています。

私たちが既に公開しているコード YUSAYUSA-2や DYNEQ ではソースコードも公開していましたが、DYNES3D は実行形式のみを公開することにしました。これにはいくつかの理由があります。

これまでの経験から、ソースを公開してもそれを有効に役立てている人はあまりいないことが分かりました。逆にソースがあるのでそれからコンパイルしようとしてうまくいかない等の問い合わせもありました。プログラムを実行するだけならソースは不要と判断しました。

DYNES3D は私たちが現在研究にも使っているコードですから、そのためのアイデアが一杯入っています。これらには使えないものも含まれており、ソースを見て勝手に使っていただくと問題がある可能性もあります。これらを分離して公開することも考えたのですが、二つのプログラムを管理することは手間のかかる仕事で、断念しました。したがって、使用説明書にない使い方をしてもプログラムが実行できる可能性があります。

ソースコードがあると自分で修正して使おうというケースも出てくるとは考えられますが、中途半端な知識で修正していただくと悪い結果となることも考えられ、これを DYNES3D の名前で使われるのは私たちの本意ではありません。

なお、ソースの公開を完全に否定しているものではありません。どうしても必要とされる方もあると思います。これについては、個々のケースで判定させていただきたいと思っています。その際、単に非線形を勉強したいからというような理由はお断りいたします。非線形の解析法についてはテキストもありますし、図書として公開されているプログラムもあります。また、YUSAYUSA-2はソースも公開していますので、これでも勉強はできるはずです。

DYNES3D には任意の構成則をユーザー定義サブルーチンとして付け加える機能もあります。もしそのようなニーズがありましたら個別に連絡してください。全体のソースコードは公開しませんが、ユーザールーチンを組み込めるようにしたものを提供いたします。ただし、その場合には私たちが使っているコンパイラと同じコンパイラでないと(たぶん)うまく機能しません。

DYNES3D は FORTRAN という開発言語を使って作成されています。したがって、ユーザーは FORTRAN に関する知識が要求されます。特に、プログラムの実行方法、FORTRAN の特徴である入力データの作成方法の約束などは絶対に必要です。最低限の知識は DYNES3D を公開しているホームページにも示しておきましたが、これだけで十分ではないこともあるでしょうが、その場合には図書などで勉強されるようお願いいたします。

公開しているバージョンでは DYNES3D の全ての構成則を入れているわけではありません。ある程度安定して結果の得られるものに限定しています。

地盤の非線形の解析は技術的にも難しいもので、プログラムがあつたら正しい解、妥当な解が得られるというものではありません。使うためには経験も必要です。理論の勉強をされるとともに、結果の分かっている問題を解析するなどして経験を積まれることを期待いたします。

1.1 使用条件など

DYNES3D の使用に関する条件のうち、重要なものは以下のものである。

- ①本プログラムの妥当性や結果に関する判断は、使用者が行うべきであり、開発者はその結果に関してどのような形でも責任をとることはしない。
- ②プログラムの使用等に関する、または内容に関する質問は受け付けない。
- ③本プログラムを用いた結果を発表する際には、必ず、本プログラムを用いたことを引用する。引用は、このマニュアルとする。

吉田望 : DYNES3D A computer program for dynamic response analysis of level ground by effective stress-nonlinear method, Version 2.76, 関東学院大学, 2010

このうち、②は厳しい条件かもしれませんがこれには理由があります。私がプログラムを公開しているのは、技術の発展を祈ってのボランティアです。ソースも公開しておりますので、不明な点は自分で解決できるはずです。

これまでの経験から、プログラムが動かないなどの問題はそのほとんどがユーザーのミスによるものであり、そこまで私たちがサービスする必要は無いというのがこの条項の主要な理由です。

したがって、商業ベースにのる形での依頼を断るつもりはありません。研究者として研究費はいつも不足ですので、寄付等は大歓迎です。

プログラムを実行しておかしいと思われるところ、どうしても分からないところなどに関する質問まで断っている訳ではありません。しかし、質問に対する返事をする、しないを含めて、その後の判断は私が行います。質問、問い合わせ等は、電話ではなく、文書や E-mail お願いします。質問内容は具体的に書いてください。プログラムに動作に関する質問では、必ず、入力データと結果の両方を送ってください。

2 データの入力

DYNES3D では2種類のデータを必要とする。一つは、プログラムの流れを制御し、また、材料や地盤の状態などを指示するための入力、もう一つは地震入力である。前者はカード入力として、ユニット番号5番より読み込まれる。後者はユーザーが指定した任意のファイル名から読み込まれる。内部的には後者にはユニット番号11が割り当てられている。

この章では前者の入力方法を説明する。後者については、この章の地震波の入力を説明した部分で簡単に説明する。

入力に際して必要な知識は、基本的には前章の理論で示してあるので、これを十分理解していれば特にこれ以上の説明は必要ない。しかし、理論のところで書ききれなかった事項や入力で特に注意すべき事項もある。これについては、3章でまとめている。入力に際して特に注意していたきたい事項については、上添え字で^[##]の様にその説明がある場所を示すことにした。例えば、^[3.1]とあれば、これに関する説明は3.1節に示されている。

データによっては通常のケースでは同じ値を入力するものもある。また、入力データが明らかに異常であるがプログラムが適当に判断して作業を進めることができそうなものもある。この様なケースでは例えば「(default \$\$\$)」の様な記述でプログラムが適当な値を使うことを示している。すなわち、入力がブランク（または数値の0）になっていると、プログラムは\$\$\$で示された値を用いて作業を進めるということを示す。

DYNES3D では全ての入力のエラーをチェックしているわけではないが、ある程度のチェックはしている。エラーを発見した場合には

```
===== DYNES Error ===== Program terminates          Code = ###',  
$$$$$$
```

の様なメッセージを印刷してプログラムの実行を停止する。ここで、###はコード番号、\$\$\$\$\$はその簡単な説明である。もう少し詳細な説明は4章で説明されている。また、これ以外にも例えば構成則がエラーを発見したときにはプログラムが停止するケースもある。

プログラムが見知しないケースではデータに誤りがあってもプログラムは実行される。その場合結果が保証されないことはもちろんであるが、その結果はDYNES3Dの開発言語であるFORTRANのメーカーなどによって異なっていることしばしばである。最近のコンパイラではエラーがあっても適当な値を用いて計算を実行するものが多い。例えば0でわり算をする様なケースが現れたとしたら明らかに実行上のエラーであるが、結果に0を代入して計算を実行するなどである。通常、そのような処置を行ったことは出力されるので、出力には注意する必要がある。これはFORTRANのコンパイラに依存しているので一般的な形で論じることは困難である。

Version 2.60からは入力データの中にコメント行を入れることができるようになった。すなわち、データカードの入力の際、1桁目の文字が「%」（半角1文字）であった場合にはDYNES3Dはこの行全体をコメントと見なし、読み飛ばす。これにより、データの内容がわかりやすくなる。なお、この処理は、入力がカードイメージとして読み込まれ、入力データの行数が分かっている場合にのみ有効なので、2.8.3項の地震波の読み取りについては有効ではない。従って、たとえ地震波がユニット5から読み込まれるとしても、地震波の前および内部に%で始まるデータがコメントのつもりで入れられていた場合にはエラーとなる。

2.1 タイトル

TITLE

 (A80)

1～80 TITLE タイトル。必要に応じて印刷される。

2.2 基本量の指定

NERR, MTFGL, NLAY, NMAT, NWTB, NFIX, NBASE, NEFFE, NINTEG, ITERMX, FILMAX	(2I1, I3, 7I5, A20)
---	---------------------

- | | | |
|--------|------------------------|--|
| 1～ 1 | NERR | 1のとき、不釣り合い力を次回に持ち越さない（通常は用いない）。 |
| 2～ 2 | MTFLG | <p>実験で得られた動的変形特性（$G-\gamma$, $h-\gamma$関係）を用いるとき、最大せん断応力の推定方法に関するフラグで通常は0を選択する。なお、この機能は備えている構成則もあるしそうでないものもある。また、データがない部分を補うのであるからどれが正しいということもない。</p> <p>=0：剛性を連続にした双曲線
 =1：完全塑性
 =2：割線剛性一定
 =3：G_{max}を一定にした双曲線
 =4：接線剛性を一定とする直線</p> |
| 3～ 5 | NLAY | 基盤より上の層数。 |
| 6～ 10 | NMAT | 材料特性の数。 |
| 11～ 15 | NWTB | <p>地下水位を表す。地表から n 番目の層の上の層境に地下水位があるとき、n を入力する。例えば、地下水位が地表と一致する時は1と入力する。地下水位の場所は有効上載圧を計算するのにも使われるので、全応力解析でも必要である。なお、地下水位が基盤よりも下にあるときは0を入力する。</p> |
| 16～ 20 | NFIX | <p>節点の自由度を表すフラグ</p> <p>=1：水平1方向のみ^[3.1]
 =2：水平2方向のみ^[3.1]
 =3：水平1方向+鉛直方向
 =4：水平2方向+鉛直方向
 =5：鉛直方向のみ自由度を持つ（上下動のみの解析）。</p> |
| 21～ 25 | NBASE | <p>基盤の支持条件を表すフラグ。基盤の自由度が無いと剛基盤，自由度があると弾性基盤になる。</p> <p>=0：剛基盤
 =1：水平1方向は弾性基盤（残りは剛基盤）
 =2：水平2方向とも弾性基盤（鉛直は剛基盤）
 =3：水平1方向+鉛直方向が弾性基盤（水平2方向は剛基盤）
 =4：水平2方向+鉛直方向（すべての自由度が弾性基盤）
 =5：鉛直方向のみ弾性基盤（水平方向は剛基盤）。</p> |
| 26～ 30 | NEFFE ^[3.6] | <p>全応力解析と有効応力解析の区別。1～3は正負の符号で Rayleigh 減衰とモード比例減衰の区別も表す。</p> <p>=±1：全応力解析
 =±2：有効応力解析（排水条件）
 =±3：有効応力解析（非排水条件^a）
 =4：固有値解析。このとき、NBASE=0である必要がある。</p> <p>（注）NEFFE=1～3では、正の時 Rayleigh 減衰，負の時モード比例減衰を意味する。モード比例減衰を使う場合には事前に NEFFE=4の解析を行いモード比例減衰を計算しておく必要がある。</p> |

^a 非排水条件は、全応力解析でも鉛直方向の変位が生じないという条件を付けることで考慮することが出来る。ただし、この場合には有効応力は変化するが、過剰間隙水圧は発生しない。

31～35 NINTEG 数値積分の方法
=1：接線剛性法（もっともふつうの方法）
=2：初期応力法（接線剛性が求められない構成則を用いているとき使用する）。現在は使えない
=3：中央差分法
=4：酒井の方法
=5：接線剛性法であるが，除荷があったときのみ増分計算をやり直す。
36～40 ITERMX イタレーション系の数値積分を行う場合の最大繰り返し数。
41～60 FILMAX 地盤情報と最大値など，最低限の情報を出力するためのファイル名。ファイル出力の結果はポストプロセッサ「POSTEQ」の入力データとなる。ブランクを入力すると，DYNES.max がファイル名となる。

2.3 基本定数

GACC, GAMAW, ATM, BUWAT, BTANMK, GAMNMK, DMPALP, DMPBTA (8F10.0)

1～10 GACC 重力加速度。標準値：9.80665 m/s (default 9.8)

GACC が-1～-3 の時、GACC, GAMAW, ATM, BUWAT に以下に示す標準値を用いることを表す。

入力	GACC	GAMAW	ATM	BUWAT	備考
-1.	9.8	1.	10.3323	2.2676×10^5	tf, m
-2.	9.8	9.8	101.325	2.2222×10^6	kN, m
-3.	980.	0.001	1.03323	2.2676×10^4	kg, cm

11～20 GAMAW 水の単位体積重量。標準値：1 tf/m³ = 9.8kN/m³ (default 1.0)

21～30 ATM^[3.3] 大気圧。標準大気圧 = 760 mmHg = 101.325 kPa = 1.03323 kgf/cm² = 10.3323 tf/m² = 101.325kN/m² (default 10.3323)

31～40 BUWAT 水の体積弾性係数。標準値： $2.2222 \times 10^6 \text{ kN/m}^2 = 2.2676 \times 10^5 \text{ tf/m}^2$ 。水の体積弾性係数の値は各要素ごとにも指定できるが、指定がないときにはこの値が用いられる。(default 2.2676×10^5)

41～50 BTANMK Newmark の β 法に用いる β の値。(標準値：0.25) (default 0.25)

51～60 GAMNMK Newmark の β 法に用いる γ の値。(標準値：0.5) (default 0.5)

61～70 DMPALP^[3.5] Rayleigh 減衰で、系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし、固有値解析が指定され(2.2項の NEFFE=4)，エネルギー比例減衰(2.7.1項の NDMP=2)が用いられるときには、各材料の減衰(%)となる)^[3.6]。

71～80 DMPBTA^[3.5] Rayleigh 減衰で、系の剛性マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。

2.4 材料特性

この節では材料特性に関するデータを読み込む。最初に材料特性番号 (1から順番に N MAT 個) とその材料特性番号に対応する構成則番号を指定する。その後構成則に応じた入力を行う。

最初の行は次の入力となる。

IMAT, NCON (2I5)

1～ 5 IMAT 材料特性番号。1から順番に大きくなるようにつける。

6～ 10 NCON 構成則番号 (下表参照)。

構成則には一次元解析用、二次元解析用、三次元解析の構成則がある。一次元解析用の構成則は、全応力解析で、かつ地盤が水平方向の自由度を持っている場合のみ用いることができる。二次元解析用の構成則モデルは水平と上下の自由度のみを持っている場合にのみ使うことができる。三次元の構成則はどのような場合にも使うことができる。

一次元の構成則では、全応力解析のみが可能で、有効応力解析はできない。ただし、弾性定数、せん断強度など、初期有効拘束圧に依存する量を計算することは可能である。二次元以上の構成則では有効応力解析も可能であるが、液状化解析を行うにはダイレタンシーを考慮した構成則を用いる必要がある。

ダイレタンシーのある構成則を用いて、鉛直方向の自由度を拘束した場合には、全応力解析でも、等体積変形を拘束したことになるので、過剰間隙水圧の発生は無いが、有効拘束圧は減少し、水の体積圧縮係数を無限大とした非排水条件と同じ結果が得られる。すなわち液状化解析となる。ただし、過剰間隙水圧は発生しないので、必要であれば、初期有効上載圧から有効上載圧を引いて求める必要がある。

構成則番号101～200が一次元の構成則、201～300が二次元の構成則、301～400が三次元の構成則である。

一次元モデル		二次元モデル		三次元モデル	
No.	構成則	No.	構成則	No.	構成則
101	弾性	201	弾性	301	弾性
102	曲線	202	修正飛田・吉田モデル	302	吉田モデル ^[3.2]
103	折れ線型	203	飛田・吉田モデル	303	
104	吉田モデル ^[3.2]	204	吉田モデル ^[3.2]	304	
105	大ひずみモデル	205	弾性 (拘束圧依存)	305	
106		206	二次元弾性	306	
107	吉田モデル (剛性)	207	体積ひずみモデル	307	
108	土研モデル	208		308	

入力では、まれに、DYNES3D では用いない特性が要求されることがある。これは、構成則サブルーチンを STADAS と共通のものとしているためである。これらについては、「DYNES3D では意味がない」と説明されている。ただし、サブルーチンの内部で値の異常を検出していることがあるので、もし入力データの説明で値の範囲があるときには、その範囲以外の値を入力してはいけない。

2.4.1 1次元の構成則

一次元の構成則は、地盤が水平方向の自由度を持ち、全応力解析を行うときのみに有効である。

2.4.1.1 弾性：構成則番号 101

UWEI, AK, ALPHA, BETA, IFDSP		(6F10.0)
1～10	UWEI	単位体積重量
11～20	AK	せん断弾性定数
21～30	ALPHA ^[3.5]	Rayleigh 減衰で、系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし、固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4）、エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには、各材料の減衰（%）となる） ^[3.6] 。
31～40	BETA ^[3.5]	Rayleigh 減衰の β （剛性比例）
41～45	IFDSP	有限変形フラグ（DYNES では意味がない） =0：微小変形， =1：有限変形

2.4.1.2 曲線型：構成則番号 102

数式の骨格曲線と Masing 則を用いる構成則

UWEI, AK, ALPHA, BETA, IFDSP		(4F10.0, I5)（最初のカード）
1～10	UWEI	単位体積重量
11～20	AK	せん断弾性定数
21～30	ALPHA ^[3.5]	Rayleigh 減衰で、系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし、固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4）、エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには、各材料の減衰（%）となる） ^[3.6] 。
31～40	BETA ^[3.5]	Rayleigh 減衰の β （剛性比例）
41～45	IFDSP	有限変形フラグ（DYNES では意味がない） =0：微小変形， =1：有限変形

ITP, NREV, PAR1, PAR2, PAR3		(2I5,3F10.0) （2枚目のデータ）
-----------------------------	--	------------------------

1～5 ITP 構成則の種類

=1：Ramberg-Osgood モデル
$$\delta = \frac{P}{K} \left(1 + \alpha \left(\frac{P}{P_y} \right)^{\beta-1} \right) = \frac{P}{K} \left(1 + \alpha \left(\frac{P}{K \delta_y} \right)^{\beta-1} \right)$$

=2：双曲線モデル
$$P = \frac{K \delta}{1 + \frac{\delta}{\delta_y}}$$

=3：Davidenkov モデル
$$p = K \delta \left(1 - \frac{\left(\frac{\delta}{\delta_y} \right)^{2B}}{1 + \left(\frac{\delta}{\delta_y} \right)^{2B}} \right)^A$$

=4：建築学会モデル
$$p = \min \left(\frac{K_{h0} \delta}{p_{max}}, K_{h0} (\delta \delta_0)^{0.5} \right) \quad \begin{matrix} (\delta \leq \delta_0) \\ (\delta > \delta_0) \end{matrix}$$

5～10 NREV 除荷点を記憶する最大値（最大100。通常は20～40の間）

- 11～20 PAR1 骨格曲線を決めるためのパラメータ（下表参照）
 21～30 PAR2 骨格曲線を決めるためのパラメータ（下表参照）
 31～40 PAR3 骨格曲線を決めるためのパラメータ（下表参照）

	ITP	PAR1	PAR2	PAR3
Ramberg-Osgood モデル	1	α	β	P_y or δ_y
双曲線モデル	2	δ_y	—	—
Davidenkov モデル	3	δ_y	A	B

注) R-O モデルの PAR3が正の時には P_y , 負の時には絶対値が δ_y を意味する。

柱) 双曲線モデルと Davidenkov モデルでは PAR1が正の時には δ_y , 負の時には P_y を意味する。

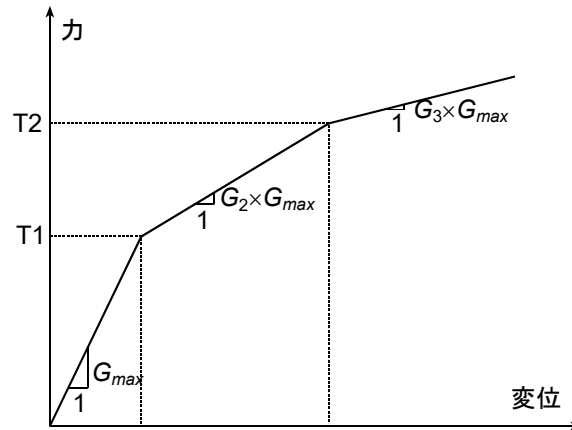
2.4.1.3 折れ線型：構成則番号 103

Tri-linear 型の骨格曲線を持つ応力-ひずみ関係

UWEI, AK, ALPHA, BETA, IFDSP		(4F10.0, I5) (最初のカード)
1～10 UWEI	単位体積重量	
11～20 AK	せん断弾性定数	
21～30 ALPHA ^[3.5]	Rayleigh 減衰で、系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし、固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4）、エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには、各材料の減衰（%）となる） ^[3.6] 。	
31～40 BETA ^[3.5]	Rayleigh 減衰の β （剛性比例）	
41～45 IFDSP	有限変形フラグ（DYNES では意味がない） =0：微小変形， =1：有限変形	

ITP, G2, G3, T1, T2		(I5,5X,5F10.0) (2 枚目のデータ)
1～5 ITP	モデルの種類を表す番号 =1：tri-linear 弾性モデル =2：Bi-linear モデル =3：Tri-linear モデル =4：Bi-linear slip モデル =5：Tri-linear slip モデル =6：原点指向モデル =7：原点・最大点指向モデル =8：最大点指向モデル =9：Degrading tri-linear（深田）モデル =10：Degrading tri-linear（野村）モデル =11：Degrading tri-linear（武藤）モデル	
11～20 G2	第2勾配の初期剛性に対する比。1>G2>0	
21～30 G3	第3勾配の初期剛性に対する比。G2>G3>0	
31～40 T1	最初の折れ点の荷重	
41～50 T2	第2折れ点の荷重	

注) 折れ線型モデルでは、図で折れているところはデータでも折れるように入力する必要がある。
 例えば第二勾配と第三勾配を同じにするような入力としては行けない。



2.4.1.4 吉田モデル：構成則番号 104

骨格曲線と履歴曲線を別々に定義するモデル

UWEI, AK, ALPHA, BETA, IFDSP			(4F10.0, I5) (最初のカード)
1～ 10	UWEI	単位体積重量	
11～ 20	AK	せん断弾性定数	
21～ 30	ALPHA ^[3.5]	Rayleigh 減衰で、系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし、固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4）、エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには、各材料の減衰（%）となる） ^[3.6] 。	
31～ 40	BETA ^[3.5]	Rayleigh 減衰の β （剛性比例）	
41～ 45	IFDSP	有限変形フラグ（DYNES では意味がない） =0：微小変形， =1：有限変形	

ITP, NREV, PAR1, PAR2, PAR3, PAR4			(2I5,4F10.0) (2 枚目のデータ)
1～ 5	ITP	構成則の種類	
=1	双曲線モデル		$P = \frac{K\delta}{1 + \frac{K\delta}{P_y}} = \frac{K\delta}{1 + \frac{\delta}{\delta_y}} + \text{Masing}$
=2	Ramberg-Osgood モデル		$\delta = \frac{P}{K} \left(1 + \alpha \left(\frac{P}{P_y} \right)^{\beta-1} \right) = \frac{P}{K} \left(1 + \alpha \left(\frac{P}{K\delta_y} \right)^{\beta-1} \right) + \text{Masing}$
=3	拡張双曲線モデル		$P = \frac{K\delta}{1 + R_f \frac{K\delta}{P_y}} = \frac{K\delta}{1 + R_f \frac{\delta}{\delta_y}}, \quad h = h_{\max} \left(1 - \frac{K_{\text{sec}}}{K} \right)$
=4	Hardin-Drnevich モデル		$P = \frac{K\delta}{1 + \frac{K\delta}{P_y}} = \frac{K\delta}{1 + \frac{\delta}{\delta_y}}, \quad h = h_{\max} \left(1 - \frac{K_{\text{sec}}}{K} \right)$
=5	吉田・石原モデル		$K_{\text{esc}} / K_{\text{max}} - \delta, h - \delta$ 関係を入力。 K_{sec} は割線定数， h は等価減衰比
=6	拡張 R-O モデル		

$$\delta = \frac{P}{K} \left(1 + \alpha \left(\frac{P}{P_y} \right)^{\beta-1} \right) = \frac{P}{K} \left(1 + \alpha \left(\frac{P}{K \delta_y} \right)^{\beta-1} \right), h = h_{max} \left(1 - \frac{K_{sec}}{K} \right)$$

5～10	NREV	除荷点を記憶する最大値（最大100。通常は20～40の間）
11～20	PAR1	骨格曲線を決めるためのパラメータ（下表参照）
21～30	PAR2	骨格曲線を決めるためのパラメータ（下表参照）
31～40	PAR3	骨格曲線を決めるためのパラメータ（下表参照）
41～50	PAR4	骨格曲線を決めるためのパラメータ（下表参照）

ITP	PAR1	PAR2	PAR3	PAR4
1	P_y or δ_y	—	—	
2	P_y or δ_y	α	β	
3	P_y or δ_y	R_f	D_{max}	
4	P_y or δ_y	D_{max}	—	
5	N		—	
6	P_y or δ_y	α	β	D_{max}

注) ITP=1～4では、PAR1が正の時 P_y 、負の時絶対値が δ_y を表す。また、 D_{max} は実数であるが、負の値とすると絶対値が%表示の減衰となる。

注) ITP=5の N は正であれば減衰定数は%で、負であれば絶対値がデータ数でかつ減衰定数は実数で入力する。なお、常にひずみは実数である。

ITYP=5 の時には、 N は整数であるが、入力の実数として行う。

(STRN(I), I=1, N) (8F10.0)

ひずみ（小さい順に入力する）

(GG0(I), I=1, N) (8F10.0)

割線定数比

(DAMP(I), I=1, N) (8F10.0)

減衰定数比（PAR1の正負により%または実数）

2.4.1.5 大ひずみモデル：構成則番号 105

地盤で大ひずみに伴う履歴特性の劣化を考慮するモデル。サイクリックモビリティ現象も表現できる。

UWEI, AK, ALPHA, BETA, IFDSP (4F10.0, I5) （最初のカード）

1～10	UWEI	単位体積重量
11～20	AK	せん断弾性定数
21～30	ALPHA ^[3.5]	Rayleigh 減衰で、系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし、固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4）、エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには、各材料の減衰（%）となる） ^[3.6] 。
31～40	BETA ^[3.5]	Rayleigh 減衰の β （剛性比例）
41～45	IFDSP	有限変形フラグ（DYNES では意味がない） =0：微小変形， =1：有限変形

NN, NREV, XMX, DMX, P1, P2, P3, P4 (2I5,6F10.0) （2枚目のデータ）

1～ 5	NN	表形式で与えるひずみ依存性のひずみの数（最大20）
5～ 10	NREV	除荷点を記憶する最大値（最大100。通常は20～40の間）
11～ 20	XXM	劣化を考慮し始めるひずみ（0のとき、最大減衰比の位置のひずみとする。）
21～ 30	DMX	XXM の時のひずみ値（%）。（0のとき、プログラムが入力データから見つけるので、通常は0とするのが良い。）
31～ 40	P1	劣化を考慮するためのパラメータ
41～ 50	P2	
51～ 60	P3	劣化を考慮するためのパラメータ
61～ 70	P4	劣化を考慮するためのパラメータ

(STRN(I), I=1, N)	(8F10.0)	せん断ひずみ（小さい順に入力する。実数で入力する。%ではない）
(GG0(I), I=1, N)	(8F10.0)	せん断定数比
(DAMP(I), I=1, N)	(8F10.0)	減衰定数比（%で入力）

2.4.1.6 吉田モデル：構成則番号 107

骨格曲線と履歴曲線を別々に定義するモデル。このモデルは、構成則番号4のモデルに除荷剛性を制御する部分をつけたモデルである。

UWEI, AK, ALPHA, BETA, IFDSP	(4F10.0, I5)	（最初のカード）
1～ 10	UWEI	単位体積重量
11～ 20	AK	せん断弾性定数
21～ 30	ALPHA ^[3.5]	Rayleigh 減衰で、系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし、固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4），エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには、各材料の減衰（%）となる） ^[3.6] 。
31～ 40	BETA ^[3.5]	Rayleigh 減衰の β （剛性比例）
41～ 45	IFDSP	有限変形フラグ（DYNES では意味がない） =0：微小変形， =1：有限変形

ITP, NREV, PAR1, PAR2, PAR3	(2I5,3F10.0)	（2 枚目のデータ）
1～ 5	ITP	構成則の種類
=1	双曲線モデル	$P = \frac{K\delta}{1 + \frac{K\delta}{P_y}} = \frac{K\delta}{1 + \frac{\delta}{\delta_y}} + \text{Masing}$
=2	Ramberg-Osgood モデル	$\delta = \frac{P}{K} \left(1 + \alpha \left(\frac{P}{P_y} \right)^{\beta-1} \right) = \frac{P}{K} \left(1 + \alpha \left(\frac{P}{K\delta_y} \right)^{\beta-1} \right) + \text{Masing}$
=3	拡張双曲線モデル	$P = \frac{K\delta}{1 + R_f \frac{K\delta}{P_y}} = \frac{K\delta}{1 + R_f \frac{\delta}{\delta_y}}, \quad h = h_{\max} \left(1 - \frac{K_{\text{sec}}}{K} \right)$

=4 : Hardin-Drnevich モデル
$$P = \frac{K\delta}{1 + \frac{K\delta}{P_y}} = \frac{K\delta}{1 + \frac{\delta}{\delta_y}}, \quad h = h_{max} \left(1 - \frac{K_{sec}}{K} \right)$$

=5 : 吉田・石原モデル

$K_{esc} / K_{max} - \delta$, $h - \delta$ 関係を入力。 K_{sec} は割線定数, h は等価減衰比

=6 : Hardin-Drnevich モデルに除荷時の初期剛性も制御

=7 : 吉田・石原モデルに初期剛性も制御

5～10 NREV

除荷点を記憶する最大値 (最大100。通常は20～40の間)

11～20 PAR1

骨格曲線を決めるためのパラメータ (下表参照)

21～30 PAR2

骨格曲線を決めるためのパラメータ (下表参照)

31～40 PAR3

骨格曲線を決めるためのパラメータ (下表参照)

ITP	PAR1	PAR2	PAR3
1	P_y or δ_y	—	—
2	P_y or δ_y	α	β
3	P_y or δ_y	R_f	D_{max}
4	P_y or δ_y	D_{max}	—
5	N	—	—

注) ITP=1～4では, PAR1が正の時 P_y , 負の時絶対値が δ_y を表す。

注) ITP=3, 4の D_{max} は正の時%, 負の時絶対値が実数

ITYP=5, 7 の時には, さらに次の入力が必要である。なお, N は正数であるが, 入力の実数として行う。また, ひずみの入力は常に実数であり, %ではないが, 減衰定数は $N>0$ のとき%, $N<0$ のとき実数入力である (この時, N の絶対値がデータ数)。

(STRN(I), I=1, N) (8F10.0)

ひずみ (小さい順に入力する)

(GG0(I), I=1, N) (8F10.0)

割線定数比

(DAMP(I), I=1, N) (8F10.0)

減衰定数比 (PAR1の正負により%または実数)

ITYP=6, 7の時には更に次の入力が必要である。

HYST1, HYST2 (2F10.0)

1～10 HYST1 G/G_{max} の最小値

11～20 HYST2 基準ひずみ

2.4.2 2次元構成則

二次元の構成則は、水平方向と上下方向の自由度を持った問題にのみ適用可能である。上下方向を拘束した解析にも用いることができるが、その場合には等体積が維持されるので、有効応力解析という非排水条件と同じことになる。

2.4.2.1 弾性：構成則番号 201

この節では2行のデータが必要である。

UWEI, GG, AK, ALPHA, BETA, AKX, AKY (8F10.0)

- | | | |
|-------|------------------------|---|
| 1～10 | UWEI | 単位体積重量（地下水位より上下で値が異なる必要がある ^[3.4] ） |
| 11～20 | GG | せん断弾性係数 |
| 21～30 | AK | 体積弾性係数 |
| 31～40 | ALPHA ^[3.5] | Rayleigh 減衰で、系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし、固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4）、エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには、各材料の減衰（%）となる ^[3.6] 。 |
| 41～50 | BETA ^[3.5] | Rayleigh 減衰の β （剛性比例） |
| 51～60 | AKX | 水平方向透水係数（現在のバージョンでは意味はない） |
| 61～70 | AKY | 鉛直方向透水係数 |
| 71～80 | AN | 間隙率（0のとき0.5に修正される） |

BUWATE (F10.0)

- | | | |
|------|--------|---|
| 1～10 | BUWATE | 水の体積弾性係数。0が入力されれば、2.3節で入力した BUWAT が用いられる。 |
|------|--------|---|

2.4.2.2

2.4.2.3 飛田・吉田モデル：構成則番号 203

この節では、3枚のカードが必要である。

UWEI, G0, AK0, P0, GN, AKN, ALPHA, BETA (8F10.0)

- | | | |
|-------|------------------------|---|
| 1～10 | UWEI | 単位体積重量（地下水位より上下で値が異なる必要がある ^[3.4] ） |
| 11～20 | G0 | 基準せん断弾性係数 $G = G0 \left(\frac{\sigma'_m}{P0} \right)^{GN}$ |
| 21～30 | AK0 | 基準体積弾性係数 $K = AK0 \left(\frac{\sigma'_m}{P0} \right)^{AKN}$ |
| 31～40 | P0 | 弾性定数を定義した圧力 |
| 41～50 | GN | せん断弾性係数の指数部 |
| 51～60 | AKN | 体積弾性係数の指数部 |
| 61～70 | ALPHA ^[3.5] | Rayleigh 減衰で、系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし、固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4）、エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには、各材料の減衰（%）となる ^[3.6] 。 |
| 71～80 | BETA ^[3.5] | Rayleigh 減衰の β （剛性比例） |

AKX, AKY, AN, A, B, AM, HR0, AR (8F10.0)

1～10	AKX	水平方向透水係数（現在のバージョンでは意味はない）
11～20	AKY	鉛直方向透水係数
21～30	AN	間隙率
31～40	A	A
41～50	B	B：破壊角の正弦
51～60	AM	M：変相角の正弦
61～70	HRO	HRO
71～80	AR	$a : H_R = H_{R0} e^{a\lambda^p}$

ARM, BUWAT		(2F10.0)
1～10	ARM	$m : H_P = H_R - (H_R - H_P^*) \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^m$
11～20	BUWATE	水の体積弾性係数。0が入力されれば、2.3節で入力した BUWAT が用いられる。

2.4.2.4 吉田モデル：構成則番号 204

数式モデル，表形式実験値，経験式など多様なモデルが扱える。

(1) 基本データ

ISTYP, IDAYTP, NREV, IFLGR, UWEI, ALPHA, BETA, AKX, AKY, AN		(4I5, 6F10.0)
1～5	ISTYP	せん断変形モデルのタイプ =0：双曲線モデル =1：双曲線モデル（Duncan-Chang タイプ） =2：Ramberg-Osgood モデル =3：Hardin-Drnevich モデル =4：吉田モデル（ G/G_{max} 入力） =5：吉田モデル（ τ 入力） =6：吉田モデル（拘束圧依存）（ G/G_{max} 入力） =7：各種実験式 =8：安田・規矩モデル（側方流動用単調モデル）
6～10	IDAYTP	ダイレタンシーモデル =0：ダイレタンシーは考慮しない。 =1：応力比によるモデル =2：福武お椀モデル（修正） =3：現在開発中の応力比によるモデル
11～15	NREV	除荷点を記憶する最大の除荷点数。（標準値=20，最大100）NREV<0と入力すると，除荷時の剛性を決定するためのパラメータとして降伏円の半径ではなく，除荷点からの距離をとる。負の方が一般的である。
16～20	IFLGR	IFLGR=1 の時，Mohr-Coulomb の破壊条件を越えた応力比にはならないようにする。IFLGR=0であれば ISTYP によっては可能となる。
21～30	UWEI ^[3.4]	湿潤単位体積重量
31～40	ALPHA ^[3.5]	Rayleigh 減衰で，系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし，固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4），エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには，各材料の減衰（%）となる） ^[3.6] 。
41～50	BETA ^[3.5]	Rayleigh 減衰の β （剛性比例）

51～ 60	AKX	x 方向透水係数
61～ 70	AKY	y 方向透水係数
71～ 80	AN	間隙率

COHE, THETA, G0, AM, EINIT, ALAMDA, AKAPPA, EREF	(8F10.0)
--	----------

1～ 10	COHE	粘着力
11～ 20	THETA	内部摩擦角（度）。THETA>0のこと。
21～ 30	G0	せん断定数の係数 (注) G0は単位系に依存した量であることに注意。

$$G_{\max} = G0\sigma'_m{}^n = G_{\max} P_a^n \left(\frac{\sigma'_m}{P_a} \right)^n$$

なので、 $G_{\max} P_a^n$ は単位系に依存しない。また、G0は単に単位変換をしただけでは駄目で、指数部の影響を考慮する必要がある。

なお、G0が負の時は-G0はVsになる。ただし、実際のVsは拘束圧依存などもある。ここでは $G0=UWEI/GACC*Vs*Vs$ で求めた値。G0>0の時のVsが印刷されるが上記と同じ計算をしているだけ。

31～ 40	AM	せん断定数の指数部
41～ 50	EINIT	体積変化の考慮法に関するフラグ。

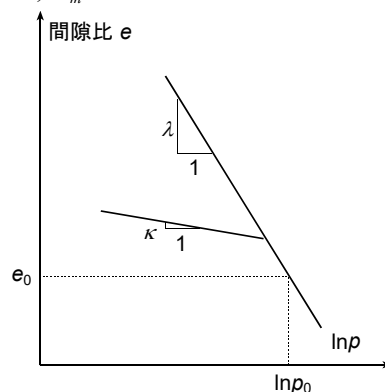
>0：正規圧密と膨潤の組み合わせ。このとき、EINITは初期間隙比。

≤0のとき、膨潤過程のみ。この時、数字には特に意味は無い。

体積変化は、次のように表される。

$$d\sigma'_m = K d\varepsilon_v$$

$$K = (ALAMDA) \sigma'_m{}^{AKAPPA}$$



51～ 60	ALAMDA	EINIT>0のとき、図のλ, EINIT≤0のとき、体積弾性係数の係数。
61～ 70	AKAPPA	EINIT>0のとき、上図のκ, EINIT≤0のとき、体積弾性係数の指数部。
71～ 80	EREF	EINIT>0のとき、上図のe ₀ （規準間隙比）、EINIT≤0のとき、意味はない。

PREF, BUWAT	(2F10.0)
-------------	----------

1～ 10	PREF	EINIT>0のとき、上図のp ₀ （規準間隙比を定義したときの平均応力）， EINIT≤0のとき、意味はない。
11～ 20	BUWATE	水の体積弾性定数。0が入力されれば2.2節で指定した水の体積弾性定数が用いられる。

(2) せん断特性に関する入力

ISTYP=0の時、双曲線モデルが使われ、この項の入力はない。

①ISTYP=1（双曲線モデル，Duncan-Chang タイプ）

FACT (8F10.0)

1～10 FACT せん断強度を Mohr-Coulomb の破壊強度の1/FACT 倍して計算する。これにより、強度の至るまでの応力－ひずみ関係を調整することができる。
FACT<1.0。

$$\sigma_e = \frac{G_{\max} e}{1 + \frac{FACT \cdot G_{\max} e}{\tau_{\max}}}$$

②ISTYP=2（Ramberg-Osgood モデル）

$$e = \frac{\sigma_e}{G_{\max}} \left(1 + \alpha \left(\frac{\sigma_e}{\tau_{\max}} \right)^{\beta-1} \right)$$

ALPH, BTA (8F10.0)

1～10 ALPH 係数 α

11～20 BTA 係数 β

③ISTYP=3（Hardin-Drnevich モデル）

FACT, DMAX (2F10.0)

1～10 FACT せん断強度を Mohr-Coulomb の破壊強度の1/FACT 倍して計算する。これにより、強度の至るまでの応力－ひずみ関係を調整することができる。
FACT≤1.0。

$$\sigma_e = \frac{G_{\max} e}{1 + \frac{FACT \cdot G_{\max} e}{\tau_{\max}}}$$

11～20 DMAX 最大減衰比

④ISTYP=4, 5, 6（吉田モデル；表入力）

NN, PREF, (PARAM(I), I=1,4) (I5, 5X, 5F10.0)

1～5 NN データの数

11～20 PREF データを与える拘束圧。ISTYP=6の時には必ず必要である。それ以外の場合には、0が入力されれば、要素を活性化したときの拘束圧が用いられる。

21～30 PARAM(1) ISTYP=6の時のみ必要である。以下の式参考。

31～40 PARAM(2) ISTYP=6の時のみ必要である。以下の式参考。

41～50 PARAM(3) ISTYP=6の時のみ必要である。以下の式参考。

51～60 PARAM(4) ISTYP=6の時のみ必要である。以下の式参考。

$$G_{\max} = \text{PARAM}(1) \times \sigma_m^{\text{param}(3)}, \quad \tau_{\max} = \text{PARAM}(2) \times \sigma_m^{\text{param}(4)}$$

(STRN(I), I=1, NN) (8F10.0)

ひずみ（小さい順に入力する）

(GG0(I), I=1, NN) (8F10.0)

ISTYP=4, 6のとき割線定数比, ISTYP=5の時せん断応力。せん断応力が単調増加関数となるよう入力する必要がある。

原点と最初の点の間は、応力-ひずみ関係上で直線で結ばれるので、ISTYP=4, 6の時は最初のデータの割線剛性比を1にしておくことが好ましい。また、最終データ以降は完全塑性型（数値計算上は初期剛性の 10^{-5} ）の挙動を仮定しているの、与えられるデータの応力は計算で使う応力より大きくしておく必要がある。

(DAMP(I), I=1, NN) (8F10.0)

減衰定数比（%），ただし，もし $NN < 0$ （絶対値が数）としておくと実数入力となる。

⑤ISTYP=7

MTYP, PREF, (PARAM(I), I=1,5) (I5, 5X, 6F10.0)

1～ 5 MTYP

実験式

=1：港湾の指針

=2：安田・山口の実験式

=3：沖積粘土に対する土研の式

=4：洪積粘土に関する土研の式

=5：砂質土，礫に関する土研の式

=6：建築基準法告示粘土

=7：建築基準法告示砂

=8：JR 指針土質①（碎石）

=9：JR 指針土質②（豊浦砂）

=10：JR 指針土質③（稲城砂）

=11：JR 指針土質④（岩手ローム）

11～ 20 PREF

データを与える拘束圧。もし，0が入力されると，要素を活性化させたときの拘束圧を用いる。

21～ PARAM

各種の実験式に固有のパラメータ

MTYP	PARAM(1)	PARAM(2)	PARAM(3)	PARAM(4)	PARAM(5)
1	塑性指数	FAC			
2	$D_{50}(\text{mm})$	FAC			
3	FAC				
4					
5	h_{max}	FAC			
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					

FAC：実験式はそれぞれ特有の単位系で作られている。その単位系で単位の圧力を解析で用いている単位系に変換したときの値。例えば実験式が kgf/cm^2 の時，解析を tf/m^2 で行うのであれば10， kPa で行うので

あれば98を入力する。

⑥ISTYP=8 (ALID モデル：流動用単調モデル)

$$\begin{aligned} G &= G_{\max} & e \leq e_1 \\ G &= G_2 & e > e_1 \end{aligned} \quad (e \text{ は偏差ひずみ})$$

GAM1, G2 (8F10.0)

1～10 GAM1 折れ点のせん断ひずみ
11～20 G2 第二剛性

このモデルでは、次の二つの条件が必要である。

- 1) せん断定数入力の際、AM=0、すなわち拘束圧に依存しないとする。
- 2) モールクーロンの条件の入力の際、THETA（内部摩擦角）は0を入力する。なお、COHE（粘着力）の値は内部的に用いられるだけなので、なにを入れてもよい。目安としてたとえば1.0でもよい。

(3) ダイレタンシーモデル

IDAYTP = 0 のとき、この項の入力はない。

①IDAYTP = 1

AMYU, F1, F2 (3F10.0)

1～10 AMYU 変相角（度）。DYNES3D はこれより変相時の（相当応力の平均応力に対する比） μ を計算し、以下の式に適用する。

$$d\varepsilon_{vd} = C \left(\mu de - \frac{s_{ij} de_{ij}}{\sigma'_m} \right)$$

11～20 F1 除荷時の体積ひずみ発生量低減係数
処女載荷時には C=1、除荷時には C=F1

21～30 F2 応力比が（処女載荷時に換算して）F2より小さいときダイレタンシーによる体積ひずみはない。ここで、応力比はせん断応力（相当応力）をせん断強度で除した値。

②IDAYTP=2

AMYU, F1, F2, F3, F4, F5 (6F10.0)

1～10 AMYU 現在のモデルでは使わない。

11～20 F1 係数 A : $\varepsilon_{vd} = -Ae^B + \frac{\int de}{C + \int de/D}$

21～30 F2 指数 B

31～40 F3 定数 C

41～50 F4 定数 D

51～60 F5 応力比が（処女載荷時に換算して）F5より小さいときダイレタンシーによる体積ひずみはない。ここで、応力比はせん断応力（相当応力）をせん断強度で除した値。

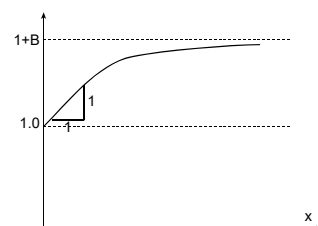
注) 係数 A～D は正の実数である。上式の A の前の負号は A を正の値で入力するためにつけられたものである。

②IDAYTP=3 現在開発中の暫定版

AMYU, F1, F2, F3, F4, F5, F6 (8F10.0)

1～10 AMYU 変相時の応力比（相当応力の平均応力に対する比）

$$d\varepsilon_{vd} = (\mu de - s_{ij} de_{ij}) \times C \times \left(1 + \frac{x}{\frac{1}{D} + \frac{x}{E}} \right)$$



11～20 F1 C=FFF(1), D=1.0, E=FFF(2)。さらに, IST>0のとき, この FFF(5)倍にする。

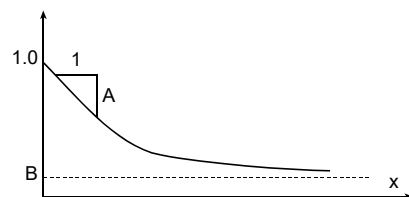
21～30 F2 上の式参照

31～40 F3 弾性定数の低減係数 $G_{\max} = G_0 p^n \left(1 - \frac{x}{\frac{1}{A} + \frac{x}{B}} \right)$: A=FFF(3), B=FFF(4)

41～50 F4 定数 D

51～60 F5 全体にかける係数で上の式参照

61～70 F6 応力比が（処女載荷時に換算して）F6より小さいときダイレタンシーによる体積ひずみはない。ここで, 応力比はせん断応力（相当応力）をせん断強度で除した値。



2.4.2.5 弾性（拘束圧依存）：構成則番号 205

UWEI, GG, AK, ALPHA, BETA, AKX, AKY, AN (8F10.0)

1～10 UWEI 湿潤単位体積重量（地下水位より上下で値が異なる必要がある^[3.4]）

11～20 GG せん断弾性係数

21～30 AK 体積弾性係数

31～40 ALPHA^[3.5] Rayleigh 減衰で, 系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし, 固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4）, エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには, 各材料の減衰（%）となる^[3.6]。

41～50 BETA^[3.5] Rayleigh 減衰の β （剛性比例）

51～60 AKX 水平方向透水係数（現在のバージョンでは意味はない）

61～70 AKY 鉛直方向透水係数

71～80 AN 間隙率

PO, GN, AKN, BUWATE (4F10.0)

1～10 PO 基準圧力

11～20 GN せん断剛性の指数部分 $G = GG \times (p/PO)^{GN}$

21～30 AKN 体積弾性係数の指数部分 $K = AK \times (p/PO)^{AKN}$

31～40 BUWATE 水の体積弾性係数。0が入力されれば, 2.3節で入力した BUWAT が用いられる。

2.4.2.6 弾性（平面二次元）：構成則番号 206

2行のデータが必要である。

UWEI, GG, AK, ALPHA, BETA, AKX, AKZ, AN (8F10.0)

1～10	UWEI	単位体積重量（地下水位より上下で値が異なる必要がある ^[3.4] ）
11～20	GG	せん断弾性係数
21～30	AK	体積弾性係数
31～40	ALPHA ^[3.5]	Rayleigh 減衰で、系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし、固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4）、エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには、各材料の減衰（%）となる ^[3.6] 。
41～50	BETA ^[3.5]	Rayleigh 減衰の β （剛性比例）
51～60	AKX	x 方向透水係数（DYNES では意味がない）
61～70	AKZ	鉛直方向透水係数
71～80	AN	間隙率

BUWATE (F10.0)

1～10 BUWATE 水の体積弾性係数。0が入力されれば、2.3節で入力した BUWAT が用いられる。

2.4.2.7 体積ひずみモデル：構成則番号 207

2行のデータが必要である。

UWEI, ALPHA, BETA, AKX, AKZ, AN, BUWATE (7F10.0)

1～10	UWEI	単位体積重量（地下水位より上下で値が異なる必要がある ^[3.4] ）
11～20	ALPHA ^[3.5]	Rayleigh 減衰で、系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし、固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4）、エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには、各材料の減衰（%）となる ^[3.6] 。
21～30	BETA ^[3.5]	Rayleigh 減衰の β （剛性比例）
31～40	AKX	x 方向透水係数（DYNES では意味がない）
41～50	AKZ	鉛直方向透水係数
51～60	AN	間隙率
61～70	BUWATE	水の体積弾性係数。0が入力されれば、2.3節で入力した BUWAT が用いられる。

P0, EPSV0, AK1, AK2, GG, GN (6F10.0)

1～10	P0	基準拘束圧
11～20	EPSV0	基準拘束圧時の体積ひずみ
21～30	AK1	係数
31～40	AK2	係数
41～50	GG	せん断弾性定数用定数
51～60	GN	せん断弾性定数用定数

$$\frac{p}{p_0} = \frac{e^{\varepsilon_v/c} - 1}{e^{\varepsilon_{v0}/c} - 1} \quad c = \frac{AK2}{100} + AK1 \cdot \varepsilon_{v0} \quad G_{\max} = GGp^{GN}$$

2.4.3 3次元の構成則

2.4.3.1 弾性：構成則番号 301

UWEI, GG, AK, ALPHA, BETA, AKX, AKY (8F10.0)

- | | | |
|-------|------------------------|---|
| 1～10 | UWEI | 単位体積重量（地下水位より上下で値が異なる必要がある ^[3,4] ） |
| 11～20 | GG | せん断弾性係数 |
| 21～30 | AK | 体積弾性係数 |
| 31～40 | ALPHA ^[3,5] | Rayleigh 減衰で、系の質量マトリックスに掛ける係数。これ以外に要素単位でも指定することが出来る。ただし、固有値解析が指定され（2.2項の NEFFE=4）、エネルギー比例減衰（2.7.1項の NDMP=2）が用いられるときには、各材料の減衰（%）となる ^[3,6] 。 |
| 41～50 | BETA ^[3,5] | Rayleigh 減衰の β （剛性比例） |
| 51～60 | AKX | 水平方向透水係数（現在のバージョンでは意味はない） |
| 61～70 | AKY | 鉛直方向透水係数 |
| 71～80 | AN | 間隙率 |

BUWATE (F10.0)

- | | | |
|------|--------|---|
| 1～10 | BUWATE | 水の体積弾性係数。0が入力されれば、2.3節で入力した BUWAT が用いられる。 |
|------|--------|---|

2.4.3.2 吉田モデル：構成則番号 302

このモデルでは、各種の数式、実験式、実験のデータを用いたモデルが扱える。入力値は2.4.2.4項と全く同じなので、そちらを参照する。

2.5 地盤特性

この節では、地盤に関する情報を、すなわち、地盤を構成する各層に関する条件を設定する。層の入力は地表側から順番に行う。条件（層厚，材料特性）の同じ層が続く場合，DYNES の持っている補間機能を用いることでデータの入力を省くことが出来る。例えば L 層までのデータの入力が終わっているとし，L+1 層から K 層までのデータが層番号を除けば同じとする。このとき，L+1 から K-1 層目のデータを省略してもよい。プログラムは前に入力の終わっている L 層の次の層から K 層までを K 層で入力された層厚，材料データを持つ層として扱う。

IL, IMAT, HLAY, AK0	(2I5, 2F10.0)
---------------------	---------------

1 ~ 5	IL	層番号。地表側から下方に1から順番に番号をつける。
6 ~ 10	IMAT	材料番号
11 ~ 20	HLAY	層厚
21 ~ 30	AK0	静止土圧係数。二次元の構成則を用いたとき有効上載圧に AK0 を掛けて初期水平方向直応力を求めるために用いる。一次元の構成則を用いる場合でも，有効拘束圧に依存する構成則を用いている場合にはこの値は必要である。

2.6 基盤の特性

この節の入力は，NBASE=1，すなわち弾性基盤が定義されたときのみ必要である。

RO, VS, VP		(3F10.0)
1～ 10	RO	基盤の単位体積重量
11～ 20	VS	基盤のせん断波速度
21～ 30	VP	基盤の P 波速度

2.7 モード比例減衰に関する入力

この節は、NEFFE=4すなわち、固有値解析が指定されたときのみ必要である。

2.7.1 基本定数

NDMP, NMODE, NSTIF, NFOUT, NCARD, NFLG, FILMOD, FILDMP, FILEIG		(6I5, 2A20, A10)
1～ 5	NDMP	モード減衰の種類 =1：モードごとに減衰を与える。このとき、次項で減衰を読み込む。 =2：ひずみエネルギー比例減衰。このとき、Rayleigh 減衰の質量比例減衰の係数 α が各材料の減衰 (%) となる。
6～ 10	NMODE	印刷する固有ベクトルの数。NMODE=0の時印刷されない。また、NMODE=1であればすべてのモードを印刷する。なお、この指示に関わらずすべての固有周期と振動数は印刷される。
11～ 15	NSTIF	固有値解析を行う際の剛性の種類。なお、構成則により弾性剛性や接線剛性の定義は異なる可能性がある。 =1：弾性剛性。 =2：初期応力に対応する接線剛性。
16～ 20	NFOUT	固有ベクトルをファイル出力するモードの数。NFOUT=0の時印刷されない。また、NFOUT=1であればすべてのモードをファイル出力する。
21～ 25	NCARD	モード比例減衰をモードごとに与える (NDMP=1) を指定したとき、モードを読み込むデータの行数。次項参照
26～ 30	NFLG	=0：通常の場合：指示された固有値解析を行う。 =1：剛基盤の時のみ意味があり、固有値等を書式なしファイルで FILEIG に出力する。 =2：弾性基盤の時にのみ意味があり、FILEIG に格納されている固有値を読み込み、これより半無限を考慮した固有値と固有ベクトルを作る。 なお、データチェック等は全く行っていないので、ユーザーが内容を管理する必要がある。
31～ 50	FILMOD	固有ベクトルを出力するファイル名。空白であれば EIGMOD.txt が用いられる。
51～ 70	FILDMP	モード比例減衰マトリックスを出力するファイル名。空白であれば減衰マトリックスは出力されない。
71～ 80	FILEIG	NFLG が0でないときの特殊な処理に用いるファイル名。空白であれば、EIGOUT.fil が用いられる。

2.7.2 モード比例減衰

この項の入力は、モード比例減衰をモードごとに与える (NDMP=1) を指定したときのみ必要である。前項で指定した NCARD 行に分けてモード減衰を入力する。

IS, IE, DMP

 (2I5, F10.0)

- | | | |
|--------|-----|--------------------|
| 1～ 5 | IS | DMP を適用するモード次数の始め |
| 6～ 10 | IE | DMP を適用するモード次数の終わり |
| 10～ 20 | DMP | モード減衰 (%) |

(注) モード比例減衰を用いる場合には、すべてのモードに対して減衰を与える必要がある。一部のモードに値が入っていなくても減衰マトリックスは計算できるが、そのモードの応答が増幅し、計算が不安定になることがある。同じ次数を重ねて指定したときには、後で入力した値が用いられる。

2.8 地震動の特性

2.8.1 基本データ

NDATA,, NINTVL, IVELOT, MOTON, NPRT, MXPRT, DT, FILOUT, FILDMP		(6I5, F10.0, 2A20)
1～ 5	NDATA	計算ステップ数（読み込む地震波の数）。
6～ 10	NINTVL	入力地震動を NINTVL 分割して数値積分を行う。0であれば1に変換 >1：説明通り <0：絶対値は説明通り。さらに、出力の際、最大値の出力は全ての計算時間に対して行われるが、時刻歴は地震動を入力した時刻のみを対象とする。 <0で4桁目が9（詳細は3.7参照）：この場合、時刻歴、最大値の出力とも地震動を入力した時刻のみを対象とする。
11～ 15	IVELOT	最大速度の出力に関する設定 ^[3,8] =0：最大相対速度 =1：最大絶対速度
16～ 20	MOTON	入力地震動の方向と数 ^b =1：水平1方向 =2：水平2方向 =3：水平1方向+鉛直方向 =4：水平2方向+鉛直方向 =5：鉛直方向のみ自由度を持つ（非常に特殊な場合でふつうは用いない）。
21～ 25	NPRT	途中の状態の印刷に関するフラグで、0であれば印刷しない。正であれば、NPRT ステップごとに途中の状態を印刷する。
26～ 30	MXPRT	途中までの最大値の印刷に関するフラグで、0であれば印刷しない。正であれば、MXPRT ステップごとにその時点までの最大値を印刷する。
31～ 40	DT	数値積分の時間間隔＝入力地震波の時間間隔
41～ 60	FILOUT	時刻歴応答値出力のためのファイル名。ブランクにしておくでファイル名「DYNES.tim」を割り当てる。
61～ 80	FILDMP	モード比例減衰を使う際の減衰マトリックスを格納したファイル名。ブランクにしておくでファイル名「MDMP.txt」を割り当てる。

2.8.2 フォーマットと地震名

EQFMT, EQNAM		(A40, A20)
1～ 40	EQFMT	地震波読みとりのための FORMAT。両端を括弧で括ること。
41～ 60	EQNAM	地震波の名称。

2.8.3 地震波ファイル

この項では、地震波を読み込むための情報を入力する。MOTON=1, 5の時には一方向の入力しか無いので、この節は一度通るだけである。しかし、MOTON=2, 3の時には、水平二方向または水平鉛直両方向の入力があるので、2行のデータが必要である。さらに、MOTION=4の時には三方向の自由度があるので、3行のデータが必要である。

二つ以上の入力がある際には、それらは異なるファイルに格納されていることを前提としてい

^b 2.2 節で入力した NFIX との関係に注意。自由度が無い方向へ地震動を入力することは意味がない。自由度がある方向でも地震動を入力しない可能性はある。例えば、液状化の問題やダイレタンスによる体積ひずみを扱う場合には、節点は鉛直方向の自由度があるが、上下動の入力は無くても良い。

る。同じファイルに格納されていても構わないが、その場合には、各成分を読みとるたびにファイルの先頭から読まれるということに注意してデータを作る必要がある。

なお、ここで入力するのは、剛基盤（2.2節の NBASE の入力で基盤の自由度がないと指定した場合）には基盤の震動そのもの、一方、弾性基盤（基盤の自由度がある場合）には解放基盤の複合波（=入射波の2倍）を入力する。

EQMULT, NSKIP, EQFIL

 (F10.0, I5, 5X, A20)

- | | | |
|-------|--------|---|
| 1～10 | EQMULT | 読みとった地震波を EQMULT 倍したものを計算に用いる地震波として扱う。EQMULT=0が入力されると、1.0に修正する。 |
| 11～15 | NSKIP | 通常、地震波ファイルの最初にはヘッダー等がある。これを読み飛ばすための入力で、最初の NSKIP 行を読み飛ばす。 |
| 21～40 | EQFIL | 地震波の入っているファイル名。必ずブランクでない名前を指定する。 |

3 データ入力に対する注意

3.1 一次元解析と体積変化

水平方向のみ自由度がある系では、鉛直方向の変位は無いので、体積変化は起きない。したがって、ダイレタンシーのある構成則を使えば、全応力解析でも自動的に水の体積弾性係数を無限大とした非排水条件となる。ただし、過剰間隙水圧の発生量は計算されない。

3.2 吉田モデルにおける一次元モデルと多次元モデルの剛性の違い

等方応力状態を初期値とし、せん断強度は粘着力のみで表現し、ダイレタンシーのない構成則を使えば、一次元モデルと二次元モデルは理論的には同じ結果を与えるはずである。しかし数値計算上は必ずしも同じとはならない。

理論を参照すれば分かるように、一次元モデルではひずみの関数として応力の値を正確に求めているのに対し、二次元モデルでは、各増分計算開始時の接線剛性にひずみ増分を掛けて応力値を求めているので、増分が大きいと誤差が生じるのが原因である。したがって、どちらを使っても良いのであれば、一次元モデルを使うべきであるが、異方圧密状態の初期値、ダイレタンシーの考慮など、一次元モデルでは表現できない事項もある。

3.3 大気圧

大気圧の値は、解析そのものには関係がないように見える。入力として、大気圧の入力が必要な理由は次の二つである。

- i) 計算の安定のために、応力や剛性の最小値などが設定されている構成則がある。ところが、値そのものは単位系により異なるため、プログラムであらかじめ値を用意しておくことが出来ない。プログラムで用意するためには絶対的な基準が必要であり、大気圧はそのような基準として用いられる。

大気圧は水深 10m の深さの点の圧力に相当する。ということは、例えば、応力の最小値を大気圧の 1/500 にとったとすれば、水深 2cm の位置の圧力に相当する。

- ii) 地盤の解析では、実験式がよく使われる。例えば、豊浦標準砂の微小ひずみ時のせん断弾性係数 G_{max} は、次のような式で表される。

$$G_{max} = 840 \frac{(2.17 - e)^2}{1 + e} (\sigma'_m)^{0.5}$$

この式は、 kgf/cm^2 の単位系でのみ有効である。ところで、この式を次のように変更する。

$$G_{max} = 840 P_a^{0.5} \frac{(2.17 - e)^2}{1 + e} \left(\frac{\sigma'_m}{P_a} \right)^{0.5} = 853.8 \frac{(2.17 - e)^2}{1 + e} \left(\frac{\sigma'_m}{P_a} \right)^{0.5}$$

この式は、単位系に依存しない。STADAS で使用している実験式の幾つかはこの様な処理をされているので、大気圧の入力が必要となる。

3.4 単位体積重量

有効応力解析では、地下水位以下の要素では、水と土の混合体の湿潤単位体積重量 γ'_t は、次式で表される。

$$\gamma'_t = (1 - n) \gamma_s + n \gamma_w \quad (3.4.1)$$

ここで、 γ_s 、 γ_w はそれぞれ土粒子、水の単位体積重量、 n は間隙率である。したがって、飽和している要素（地下水位以下の要素）では湿潤単位体積重量を、乾燥している要素（地下水位より上の層）で乾燥質量を入力する必要がある。

3.5 Rayleigh 減衰

Rayleigh 減衰は、減衰マトリックス[C]を質量マトリックス[M]と剛性マトリックス[K]より作るものである。

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3.5.1)$$

ここで、[K]は地震開始時の剛性マトリックスである。

Rayleigh 減衰は、モード減衰と式(3.5.2)の関係があることが知られている。

$$h_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \quad (3.5.2)$$

ここで、 h_i 、 ω_i はそれぞれ i 次のモードに関する減衰定数と円振動数である。図 3.5.1 にこの関係を模式的に示す。図や式から、 α は、振動数の小さい場合によく働き、 β は振動数の多い場合によく作用することが分かる。なお、図 3.5.1 では横軸には周波数（円振動数）が書いてあるので連続関数のように見えるが、式(3.5.2)から分かるように固有振動数の関係であるので、実際には連続関数ではない。

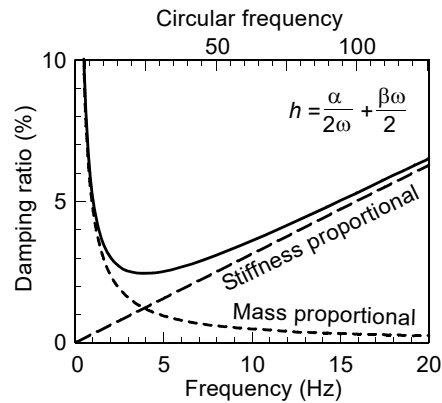


図 3.5.1 Rayleigh 減衰における各項の効果。

3.6 Rayleigh 減衰とモード比例減衰

DYNES では通常は Rayleigh 減衰を仮定している。しかし、モード比例減衰も使えるようになっている。剛基盤に対するモード比例減衰は理論的にも明確であるが、弾性基盤に対しては定義されていないので使うことはできない。

弾性基盤、剛基盤のいずれのケースでも、モード比例減衰を使う場合には次の手順に従って行う必要がある。

- ① NEFFE=4を指定し、固有値解析を行う。DYNES は解析が終わった時点で終了し、モード減衰を指定されたファイルに出力する。
- ② 状況に応じて、NEFFE=-1～-3を指定し、解析を行う。この際、前の計算で出力されたモード減衰を入力する。当然であるが、節点の自由度の指定 (NFIX) は前の解析と同じにする必要がある。

その他、次の点にも注意されたい。

- ① モード比例減衰には、モードごとの減衰を与える方法と、ひずみエネルギー比例減衰を与える方法がある。モードごとに減衰を指定する場合にはその値は入力データとして与えるが、ひずみエネルギー比例減衰を用いる場合には、材料特性の入力時に Rayleigh 減衰として与える二つの係数 a 、 b のうち、 a （質量比例減衰の係数）で与える。
- ② モード比例減衰を使う場合には、Rayleigh 減衰のために入力した係数 α 、 β は使われない。

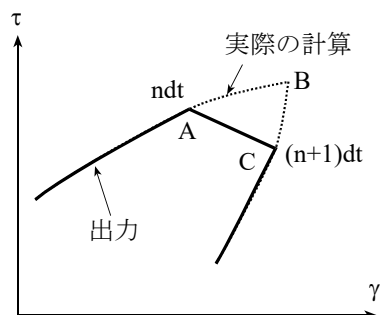
3.7 時間細分化時の出力

数値積分を細分化したとき、計算ステップ数が異常に大きくなる可能性がある。しかし、図形出力の際には余り細かい時間増分の出力は意味がない可能性もある。この場合、DYNES3D ではいくつかの方法で出力を減らすことが可能である。

まず、第一の方法は、NINTVL を負の値として入力する方法である。この様にすると、最大値とその発生時刻は全ての値に対して出力されるが、時刻歴出力は入力加速度を設定した時刻についてのみ行われる。

この様な方法だと、印刷時の最大値と時刻歴を書いたときの最大値が同じにならない。これを同じにするために、NINTVL の4桁目を9にする方法がある。すると、最大値の検出も地震波を設定した時刻についてのみ行われる。

なお、この様にして時刻歴出力を省略したとき、応力-ひずみ関係が次の図のようにおかしく見えるときがあるが、異常ではないので注意されたい。下図で $A \rightarrow B \rightarrow C$ が実際の計算とする。ここで、 A 、 C が入力地震動に対応した時刻、 B は細分化された途中の計算とする。すると、入力地震動を出力した時刻のみを出力して作図すると、 B 点は入っていないので、コーナーが失われたような図となる。



3.8 絶対値出力と相対値出力

DYNES で用いている運動方程式では、未知数である変位は剛基盤の際には基盤からの相対変位、弾性基盤の際には解放基盤からの相対変位である。変位および速度の相対値とは計算された値そのものを指す。従って、地盤の最下層の変位と速度は剛基盤の際には0であるが、弾性基盤では0ではない。

4 エラーメッセージ

入力データに明らかなエラーがあるときには、プログラムはエラーの内容を印刷し、実行を停止する。その際は、まず、次の行が印刷される。

==== DYNES Error ==== Program terminates Code = ###

ここで、###はエラー番号である。さらに、エラーの内容が短く印刷される。多くの場合、その印刷を見ればエラーは明らかであるが、念のため、ここで、説明する。

- (1) 整合配列に用意したサイズが不足している。通常、このエラーは起こり得ないので、層数や材料の数などの入力間違いと考えられる。しかし、非常に多自由度の問題を解くときには起こる可能性が無いとはいえない。この場合には、プログラマーと相談する。修正は、最初のパラメータ文

PARAMETER (MXARE0 = 100000)

の数字を増やせばよい。

- (2) 材料特性の番号が材料の数として指定した数字よりも多い。
- (3) 材料特性番号が 1 から順番に昇順に並んでいない。多くは、前の入力データの行数に間違いがある。
- (4) 層番号の入力が異常である。通常は入力した全部の層数と用意した層数の行数の違いが原因である。
- (5) 層の入力で指定した材料番号が正しくない。入力の順番を間違えた可能性が高い。
- (6) 層厚が負の値として入力されている。入力データの順番を間違えた可能性が高い。
- (7) 構成則の番号がおかしい。許容されていない構成則番号を用いた。
- (8) 節点が自由度の無い方向で、基盤が自由度があるように設定された。
- (9) 節点の自由度が無い方向に地震入力があるように設定された。
- (10) 一次元の構成則は、節点が水平一方向の自由度を持っているときにしか使えません。
- (11) 二次元の構成則は、節点が水平 2 方向の自由度を持っているときには使えません。
- (12) 表形式の動的変形特性を入力するとき、データの数でプログラムで用意している数（現在値は 15）より大きくてはいけません。15 より大きくすることは可能ですが、プログラムを修正する必要があります。

5 出力

5.1 印刷

標準的な結果が印刷される。すなわち，入力情報，途中経過（指定したときのみ），最終情報，最大値などである。

5.2 最大値ファイル

TITLE	(A80)
層数 (NLAY) , 地下水より上の層数 (NWTB)	(2I5)
層数 (NLAY 行)	
KE, IMAT, 深さ, 層厚, 単位体積重量, 有効上載圧, 側圧, 層 下端の有効上載圧	(2I5, 6E15.8)
基盤 (剛基盤ではブランク)	
ROW, VS, VP	(3E15.8)
弾性定数 (NLAY 行)	
GMAX	(1X, E15.8)
層の応答 (NLAY 行)	
KE, 2× (水平加速度, 速度, 変位) , 鉛直加速度, 速度, 変位	(I5, 9E15.8)
基盤の応答	
NLAY+1, 水平加速度 1, 水平加速度 2, 鉛直加速度	(I5, 3(E15.8,30X))
層の応答	
KE, 2×せん断応力, 有効上載圧 (最小値) , 過剰間隙水圧, 2×せん断ひずみ, 2×側圧	(I5, 8E15.8)

5.3 時刻歴ファイル

時刻歴ファイルは書式なし，単精度で書かれている。必要なデータを取り出すには，6章の補助プログラムを用いる。

1)TITLE (80 文字)

2)NLAY (層数) , NCC (計算ステップ数) , DT (時間増分)

3)以下，時刻歴応答値が倍精度実数で出力される。一行のレコードが一つの時間増分に対する応答値となる。一つのレコードには $18 \times \text{NLAY} + 6$ のデータが記録されている。

はじめ	おわり	個数	内 容
1	2	2	水平方向入力加速度
3	3	1	鉛直方向入力加速度
4	4+NLAY	NLAY+1	水平 1 方向絶対加速度
5+NLAY	5+2×NLAY	NLAY+1	水平 2 方向絶対加速度
6+2×NLAY	5+3×NLAY	NLAY	水平 1 方向相対速度
6+3×NLAY	5+4×NLAY	NLAY	水平 2 方向相対速度
6+4×NLAY	5+5×NLAY	NLAY	水平 1 方向相対変位
6+5×NLAY	5+6×NLAY	NLAY	水平 2 方向相対変位

6+6×NLAY	6+7×NLAY	NLAY+1	鉛直方向絶対加速度
7+7×NLAY	6+8×NLAY	NLAY	鉛直方向相対速度
7+8×NLAY	6+9×NLAY	NLAY	鉛直方向相対変位
7+9×NLAY	6+10×NLAY	NLAY	せん断応力 τ_{ix}
7+10×NLAY	6+11×NLAY	NLAY	せん断ひずみ γ_{ix}
7+11×NLAY	6+12×NLAY	NLAY	せん断応力 τ_{iy}
7+12×NLAY	6+13×NLAY	NLAY	せん断ひずみ γ_{iy}
7+13×NLAY	6+14×NLAY	NLAY	過剰間隙水圧
7+14×NLAY	6+15×NLAY	NLAY	鉛直有効上載圧
7+15×NLAY	6+16×NLAY	NLAY	水平有効応力（加振方向）
7+16×NLAY	6+17×NLAY	NLAY	水平有効応力（加振直交方向）
7+17×NLAY	6+18×NLAY	NLAY	体積ひずみ

6 補助プログラム

6.1 要素試験シミュレーションプログラム SIMELM

構成則のパラメータを決めるために、単純せん断試験による要素試験のシミュレーションを行うプログラムである。入力方法は次のようである。

別に用意した、SIMELM のマニュアルを参照のこと。

6.2 計算値取り出しのための補助プログラム PSTDYNES

書式なし形式で書かれた時刻歴ファイルからほしいデータを取りだし、必要ならフーリエスペクトル、増幅関数、応答スペクトルを計算する。

6.2.1 入力方法

(1)基本情報

NFORM, NDATA, NT0, FILIN, FILOUT		(I1, I4, I5, 2A20)
1～ 1	NFORM	出力の形式を指定する。 =0：書式付で出力する。 =1：書式なしで出力する。より正確な数値の出力が可能であるが、一方では取り出すために、別のプログラムが必要となる。 =2：対話型入力となる。パソコンの前でキーボードから以下の入力が可能となる。
2～ 5	NDATA	取り出す出力の数
6～ 10	NT0	フーリエ級数処理のための項数。2のべき乗で計算に用いた時刻歴より大きい数でなければならない。この条件を満たさない場合には、入力された数字より大きい数字で、この条件を満たす最低の数にセットする。
11～ 30	FILIN	DYNES の結果の時刻歴ファイルの名称。ブランクであればプログラムは「dynes.tim」にセットする。
31～ 50	FILOUT	出力用のファイル名。ブランクであれば、プログラムは「dynes.rsp」にセットする。

(2)制御情報

NDATA 行の入力が必要で、一行で一つの出力を表す。

LTYPI, LTYPII, LAYER, LFLG1, LFLG2, CUTFQ, (DD(I),I=1,9)		(5I5, 10F5.0)
1～ 5	LTYPI	取り出す時刻歴の種類。1～21までの数字。 =1：水平1方向絶対加速度 =2：水平1方向相対速度 =3：水平1方向絶対速度 =4：水平1方向相対変位 =5：水平2方向絶対加速度 =6：水平2方向相対速度 =7：水平2方向絶対速度 =8：水平2方向相対変位 =9：鉛直方向絶対加速度 =10：鉛直方向相対速度 =11：鉛直方向絶対速度 =12：鉛直方向相対変位

		=13：せん断応力1方向 =14：せん断応力2方向 =15：せん断ひずみ1方向 =16：せん断ひずみ2方向 =17：過剰間隙水圧 =18：鉛直有効上載圧 =19：有効応力（水平1方向） =20：有効応力（水平2方向） =21：体積ひずみ
6～10	LTYP2	作業の種類で、1～4の数字。 =1：時刻歴 =2：フーリエスペクトル =3：周波数応答関数 =4：応答スペクトル
11～15	LAYER	対象となる層の番号。地表側から1,2,3...と付ける。なお、LAYER=0と-1は特別な意味で、0の時、水平方向の入力加速度、-1のとき鉛直方向入力加速度を意味する。このとき、上で入力したLTYP1は意味がない。
16～20	LFLG1	LTYP2により意味が異なる。下表参照。
21～25	LFLG2	LTYP2により意味が異なる。下表参照。
26～30	CUTFQ	入力した周波数より低い周波数成分のみを用いる。0であれば計算結果をそのまま用いる。
31～		LTYP2により意味が異なる。下表参照。

	LTYP2=1 時刻歴	LTYP2=2 フーリエ	LTYP2=3 増幅関数	LTYP2=4 応答スペクトル
LFLG1	—	=0：なし =1：スムーズ化（三角）	基準層の層番号	減衰の数
LFLG2	—	LFLG1=1 片側バンド幅	計算する卓越周期の数	出力タイプ =1：絶対加速度 =2：相対速度 =3：相対変位 =4：上記三つの全て =5：上記三つの全てをベクトル形式で出力（NFORM=0の時のみ） [°]
DD(1)～	—	—	(1)平滑化フラグ =0：なし =1：三角 window =2：Parzen window (2)バンド幅 (1)=1のとき片側バンド	減衰（%）

[°] このオプションでは周波数、加速度、速度、変位が1データ1行になるように出力される。他のケース（6.2.2項）と出力方法が異なるので、他のケースと同じファイルに書かない方がよい。

			幅（整数） (1)=2 のとき周波数	
備考	—	—	加速度，速度，変位に対してのみ出力可能	取り出した時刻歴を無条件に使うので，LTP1 と LAYER の入力に注意する。

6.2.2 書式付の出力

NFORM=0,すなわち書式付出力を指定したとき，出力は原則として次のようである。

(1)時刻歴

- 1) タイトル(A80)。ただし，78～80 桁目は「TIM」と印刷され，後に 6.3 節で説明する VECTOR で利用される。
- 2) 波形の種類，層番号，データ数，時間増分
層番号，データ数，時間増分は(27X,I8,7X,I8,5X,F12.5)で読みとり可能。この行のエコーはユニット 6 に出力される。
- 3) 波形（1P8E10.3）：有効数字 4 桁で出力する。

(2)周波数増幅関数

- 1) タイトル(A80)。ただし，78～80 桁目は「AMP」と印刷され，後に 6.3 節で説明する VECTOR で利用される。
- 2) 出力の種類，周波数の数
周波数の数は(55X,I8)で読みとり可能。この行のエコーはユニット 6 に出力される。なお，この行には，層番号=0 の記述もあるが意味はない。
- 3) 周波数（1P8E10.3）：有効数字 4 桁で出力する。
- 4) タイトル(A80)。ただし，78～80 桁目は「AMP」と印刷され，後に 6.3 節で説明する VECTOR で利用される。
- 5) 波形の種類，対象層・基準層の層番号，用いた波形の種類，スペクトルデータの数
対象層・基準層の層番号，データ数は(31X,I3,10X,I3,8X,I8)で読みとり可能。この行のエコーはユニット 6 に出力される。
- 6) 増幅関数（1P8E10.3）：有効数字 4 桁で出力する。

(3)応答スペクトル

- 1) タイトル(A80)。ただし，78～80 桁目は「RES」と印刷され，後に 6.3 節で説明する VECTOR で利用される。
- 2) 出力の種類，周波数の数
周波数の数は(66X,I8)で読みとり可能。この行のエコーはユニット 6 に出力される。なお，この行には，層番号=0 の記述もあるが意味はない。
- 3) 周波数（1P8E10.3）：有効数字 4 桁で出力する。
以下，各減衰ごとの繰り返し
- 4) タイトル(A80)。ただし，78～80 桁目は「RES」と印刷され，後に 6.3 節で説明する VECTOR で利用される。
- 5) 出力の種類，用いた波形の種類，スペクトルデータの数
層位置，減衰定数，データ数は(26X,I3,24X,F6.2,7X,I8)で読みとり可能。この行のエコーはユニット 6 に出力される。

6) 応答スペクトル (1P8E10.3) : 有効数字 4 桁で出力する。

(4)フーリエスペクトル

- 1) タイトル(A80)。ただし, 78~80 桁目は「FRE」と印刷され, 後に 6.3 節で説明する VECTOR で利用される。
- 2) 出力の種類, 周波数の数
周波数の数は(42X,I8)で読みとり可能。この行のエコーはユニット 6 に出力される。なお, この行には, 層番号=0 の記述もあるが意味はない。
- 3) 周波数 (1P8E10.3) : 有効数字 4 桁で出力する。
- 4) タイトル(A80)。ただし, 78~80 桁目は「FRE」と印刷され, 後に 6.3 節で説明する VECTOR で利用される。
- 5) 波形の種類, 用いた波形の種類, スペクトルデータの数
層位置, データ数は(27X,I8,7X,I8)で読みとり可能。この行のエコーはユニット 6 に出力される。
- 6) 応答スペクトル (1P8E10.3) : 有効数字 4 桁で出力する。

6.2.3 書式なし出力

NFORM=1, すなわち, 書式なし出力を指定したときには, 出力は原則として次のようである。

(1)時刻歴

- 1)

CHR, DD

CHR は 80 文字のタイトル, DD には値 1.0 が割り当てられる。DD は出力の種類を判定するために用いる。
- 2)

NDATA, CHR, LLAY, DT

データ数, データの種類 (18 文字), 層番号, 時間増分
- 3)

時刻歴

波形 (1P8E10.3) : 有効数字 4 桁で出力する。

(2)周波数増幅関数

- 1)

CHR, DD

CHR は 80 文字のタイトル, DD には値 4.0 が割り当てられる。DD は出力の種類を判定するために用いる。
- 2)

NT, CHR

NT は周波数の数, データの種類 (18 文字)
- 3)

周波数

- 4)

CHR, DD

CHR は 80 文字のタイトル, DD には値 5.0 が割り当てられる。DD は出力の種類を判定するために用いる。
- 5)

NT, CHR, LLAY, IREF

周波数の数, 波形の種類 (18 文字), 対象層・基準層の層番号
- 6)

増幅関数

(3)応答スペクトル

- 1)

CHR, DD

CHR は 80 文字のタイトル, DD には値 6.0 が割り当てられる。DD は出力の種類を判定するために用いる。

2)

NT は周波数の数, データの種類 (18 文字), CHR1 には「Frequency」という文字が割り当てられている。

3)

以下, 各減衰ごとの繰り返し

4)

CHR は 80 文字のタイトル, DD には値 7.0 が割り当てられる。DD は出力の種類を判定するために用いる。

5)

周波数の数, 波形の種類 (18 文字), 層番号, 減衰, 出力の種類 (「Abs. Accel.」「Rel. Velocity」「Rel. Disp.」のいずれか 13 文字)

6)

(4)フーリエスペクトル

1)

CHR は 80 文字のタイトル, DD には値 2.0 が割り当てられる。DD は出力の種類を判定するために用いる。

2)

NT は周波数の数, CHR には「Frequency」が割り当てられている

3)

4)

CHR は 80 文字のタイトル, DD には値 3.0 が割り当てられる。DD は出力の種類を判定するために用いる。

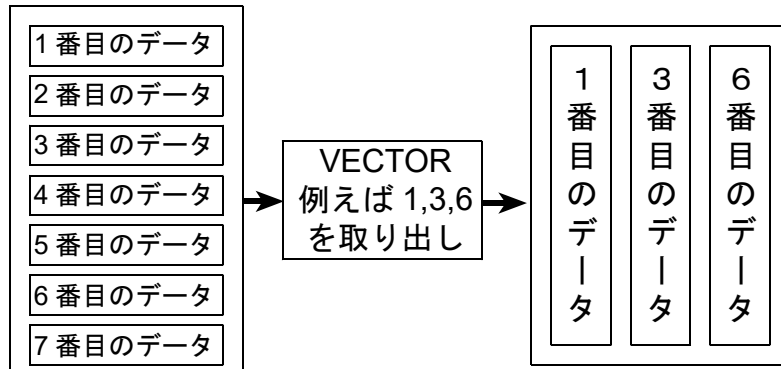
5)

周波数の数, 波形の種類 (18 文字), 層番号

6)

6.3 PSTDYNES の出力を整理する VECTOR

6.2節のプログラム PSTDYNES では、地震応答解析として必要な計算結果のほとんどが出力できる。出力は、ファイルに行われる。このファイルは、前章で見たように、各データブロックごとの出力である VECTOR は、パソコンの作図ソフトを使う場合に便利のように、これを、下図に示すように、並べ直す。



データの入力方法は以下のとおりで、二組のデータが必要である。

NC, FILIN, FILOUT (I5,5X,2A20)	
1～ 5 NC	変換するデータの数
11～ 30 FILIN	入力用ファイル名 (DYNES の出力ファイル名)。ブランクの時、ユニット10番 (fort.10) が割り当てられる。
31～ 50 FILOIT	出力用ファイル名。ブランクの時、ユニット11番 (fort.11) が割り当てられる。

(KC(I), I=1,NC) (10I5)	
1～ KC	出力するデータの番号。最初のデータブロックから1,2,...と数えていく。
注) 現在の NC の制限は 100 個, また, 時刻歴やフーリエ級数の数の制限は 4000 であるが, プログラムの PARAMETER 文を変えることで簡単に変更することが出来る。	
注) 出力は 10 個のデータおきに行われる。また, 例えば時刻歴とフーリエスペクトルが同じファイルに入っている場合, これらを同じ書式で出力するのは意味がないことから, 時刻歴から周波数の関数 (増幅関数, 応答スペクトル, フーリエスペクトル) に変わったとき, またこの逆の場合一旦出力される。	

7 理論

液状化を扱う場合には、地盤材料に作用する応力（全応力）を、土骨格に作用する応力（有効応力）と間隙水に作用する応力（間隙水圧）に分離し、土骨格と水の挙動を別々に記述する必要がある。これは、両者が別々に挙動するという事と、土の材料特性は有効応力の値に依存する部分が大きいのということから来ている。このような、土骨格と水の挙動を別々に扱う記述は Biot により始めて行われたことから、一般に Biot の式といわれることが多い。

液状化の問題を扱う場合、地盤の非線形挙動を扱う必要がある。これは、地盤材料はひずみの小さい間から非線形的な挙動を示すこと、液状化現象というものが本質的に地盤の破壊現象であるという事の二つが原因である。

なお、DYNES3D で用いている Biot の式とその有限要素法に関しては、拙著「実務のための地盤の地震応答解析（仮題）、森北出版、2020年6月刊行予定」を参照されたい。また、運動方程式の解法については、これも拙著「地盤の地震応答解析、鹿島出版会、256pp. 2010」を参照されたい。ここでは、それ以外について説明する。

7.1 構成則

DYNES では座標軸は次のように決められている。すなわち、鉛直上方を向く座標軸は z 軸である。水平方向には、 x 軸と y 軸があるが、一方向だけ考えるとすれば x 方向が用いられる。

応力とひずみは既に理論のところでも説明したように、土質力学の慣例に従い、圧縮が正にとられている。対応してひずみも縮むひずみが正である。気がつきにくいですが、せん断応力とせん断ひずみの正の向きも対応して通常の力学で用いられる符号と反対であるので注意されたい。

DYNES では、多くの構成則を利用することができる。また、新しい構成則を付け加えることも非常に容易のようにコーディングされている。これらの構成則は、一次元、二次元、三次元の三種類に分けることができる。

一次元モデルは、水平方向のせん断変形、すなわち、 $\tau_{xy}-\gamma_{xy}$ 関係を表すモデルである。

二次元モデルは、水平方向のせん断変形とともに鉛直方向にも変形が可能である。ここで、可能というのは、もし、ダイラタンシーが発生しないモデルを用いるとすれば、体積変化は発生しないので、上下方向には変形が起こらないからである。しかし、このことは、ダイラタンシーのないモデルでは二次元の扱いが不必要の様に見えるが、実際には、有効上載圧と側圧が異なれば、材料は初期せん断を受けていることになるが、このようなケースでは、ダイラタンシーがなくても二次元構成則は意味があることになる。なお、二次元の構成則には二つの種類のモデルがある。一つは単純二次元状態で構築されたいるモデル、もう一つは三次元のモデルで平面ひずみを仮定して作られているモデルである。

三次元はもっとも一般的な応力状態に対応するモデルである。

7.1.1 吉田モデル

吉田モデルは、応力-ひずみモデルというより、応力-ひずみ関係を作るための方法を述べたものである。このモデルの特徴は、土の挙動をせん断変形、体積変化、およびダイラタンシーに分けていることである。このため、各変形挙動に対して独立してモデルを設定することが可能になっている。また、表形式で与えられた動的変形特性、各種の実験式などを完全に満たすことができることが、ほかのモデルに比べて大きな利点となっている。

この方法は、大きく三つの考え方から構成されている。一つは、表形式で与えられた動的変形特性に対する骨格曲線の作り方、二つ目は Masing 則に従わない履歴曲線の作り方、三つ目は、有効応力の原理に基づく材料特性の変化の考慮法である。

7.1.1.1 骨格曲線の数式表示

応力-ひずみ関係を処女載荷時の状態を表す骨格曲線（skeleton curve）と除荷後の挙動を表す

履歴曲線 (hysteresis curve) で表現することは、多くの構成則で行われている。そして、骨格曲線は、数式で表されることが普通である。地盤の解析に用いられる数式で著名なものには次のようなものがある。

$$\tau = \frac{G_{max}\gamma}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_r}} \quad \text{双曲線モデル} \quad (7.1.1)$$

$$\gamma = \frac{\tau}{G_{max}} \left(1 + \alpha \left(\frac{\tau}{\tau_f} \right)^{\beta-1} \right) \quad \text{Ramberg-Osgood モデル} \quad (7.1.2)$$

ここで、 τ はせん断応力、 γ はせん断ひずみ、 G_{max} はせん断弾性定数、 γ_r は基準ひずみ、 τ_f はせん断強度、 α 、 β はパラメータである。DYNES では、これらのモデルももちろん使用することができる。しかし、これらのモデルを使用する場合には、モデルパラメータの値を設定する必要がある。

一方、地盤材料の非線形特性は、動的変形特性試験でえられ、 G - γ 、 h - γ 関係として表形式で与えられるのが普通である。SHAKE に代表される等価線形法がこれらの値を直接入力できるのに対し、上記のような数式モデルを用いる場合にはパラメータの値を決める必要があり、ユーザーの判断力が要求されるところとなっており、非線形解析が嫌われる理由の一つとなっていた。また、これらのモデルを用いる場合には、どのようにパラメータの値を決めたにしろ、所詮、えられた応力-ひずみ関係は動的変形特性特性の近似でしかない。

吉田モデルでは、表形式で与えられた動的変形特性をそのまま使って応力-ひずみ関係を作るものである。後に示すように、この方法では、与えられた動的変形特性を完全に満たすモデルを作ることができる。

動的変形特性の方法を考えると、 G - γ 関係が骨格曲線を、 h - γ 関係が履歴曲線を表していることは明らかである。この項ではこのうち、 G - γ 関係から骨格曲線を求める方法を示し、次項では h - γ 関係から履歴曲線を求める方法を示す。

(1) 内挿補間

表形式で与えられた G - γ 関係の二つの点、 (G_i, γ_i) (G_{i+1}, γ_{i+1}) に対応するせん断応力は、 $\tau = G\gamma$ で求めることができるので、この区間の骨格曲線を線形補間で求めることにすれば、次式のようにになる。

$$\tau = \frac{\tau_{i+1} - \tau_i}{\gamma_{i+1} - \gamma_i} (\gamma - \gamma_i) + \tau_i \quad (\gamma_i \leq \gamma \leq \gamma_{i+1}) \quad (7.1.3)$$

このようにして得られた骨格曲線は部分線形 (折れ線) である。もし、滑らかな曲線がほしいのであれば、たとえばスプライン曲線を使うことが考えられるが、地盤の地震応答解析ではそこまでの精密さは必要とは考えられない。

(2) 小さいひずみに対する補間

ひずみが小さいときの処理では、ひずみが0の時、せん断定数は弾性定数に等しいという仮定を設ければ外挿ではなく、内挿の問題となる。DYNES では、 G - γ 平面上で G を線形補間することにした。

$$g = \frac{g_1 - 1}{\gamma_1} \gamma + 1 \quad (7.1.4)$$

ここで、 $g = G/G_{max}$ である。すると、応力-ひずみ関係は次のようになる。

$$\tau = G_{max} \left(\frac{g_1 - 1}{\gamma_1} \gamma + 1 \right) \gamma \quad (7.1.5)$$

(3) 大きいひずみに対する補間

表形式の入力では、一番大きいひずみより大きいところでデータがないので、外挿補間する必要がある。決定版はないので、DYNES では次の4つの考え方を用意した。

1) 剛性を連続とした双曲線

外挿関数として双曲線を用いることにし、最後の部分線形骨格曲線との接線が連続するようにする。双曲線モデルのパラメータは二つなので、最後の点を通ることと、接線が連続しているという条件を用いるわけである。新しいパラメータは次のようになる。

$$G_{max} = \frac{\tau_n^2}{\gamma_n^2 k_n}, \quad \gamma_r = \tau_{max} / G_{max}, \quad \tau_{max} = \frac{\tau_n}{1 - \gamma_n k_n / \tau_n}, \quad k_n = \frac{\tau_n - \tau_{n-1}}{\gamma_n - \gamma_{n-1}} \quad (7.1.6)$$

ただし、もしデータの最後の二つの点を通る直線が τ 軸の負側を通るような設定になっていると双曲線が定義できなくなる。従って、このような場合には 4) に示す G_{max} を一定とした双曲線モデルを使うことにする。

2) 完全塑性

最後のデータ以降は、完全塑性、すなわち、せん断応力を一定とする。

3) 割線剛性一定

SHAKE などを用いられている方法で、最後のデータ以降は割線剛性を一定とする方法である。

$$\tau = G_r \gamma \quad (7.1.7)$$

4) G_{max} を一定とした双曲線

前述のモデルでは G_{max} の値も変化した。これに対して、 G_{max} は変えないこととし、最後の点を通るという条件のみを用いる。すると、基準ひずみは次のようになる。

$$\gamma_r = \frac{\gamma_n g_n}{1 - g_n} = \frac{\gamma_n \tau_n}{\gamma_n - \tau_n} \quad (7.1.8)$$

7.1.1.2 履歴法則

ここで、履歴曲線は骨格曲線より Masing 則を用いて作られるのが普通である。Masing 則とは、骨格曲線から履歴曲線を定める決め方を表す法則で、ここでは、次の二つの法則をいう。

i) 骨格曲線を式(7.1.9)で表したとする。

$$\tau = f(\gamma) \quad (7.1.9)$$

すると、点 (γ_R, τ_R) より除荷したときの履歴曲線は式(7.1.10)で表される（図 7.1.1(a)参照）。

$$\frac{\tau - \tau_R}{2} = f\left(\frac{\gamma - \gamma_R}{2}\right) \quad (7.1.10)$$

ii) 履歴曲線が、以前の除荷点を越えたときは、以前の骨格曲線や履歴曲線の上を動く。

ここで、二番目の条件は、図7.1.1(a)をみるとよくわかる。すなわち、B 点で除荷した後、B→A に至った後、履歴曲線はその延長である、B→A→D を通るのではなく、もとの骨格曲線に従い、B→A→C を通るようになる訳である。単に Masing 則というときには、二番目の条件は含まれないし、式(7.1.10)の分母の2も自由な数字であるが、このマニュアルを通し、Masing 則という場合には、特に断りのない限り上記二つの条件を合わせているものとする。

二番目の条件を満たすためには、過去の除荷点の値を順次記憶していく必要がある。コンピュータの記憶領域の制約上、無制限な記憶領域を設定することは出来ないので、DYNES ではユーザーがその数を入力するようになっている。経験的には30程度の値で十分である。

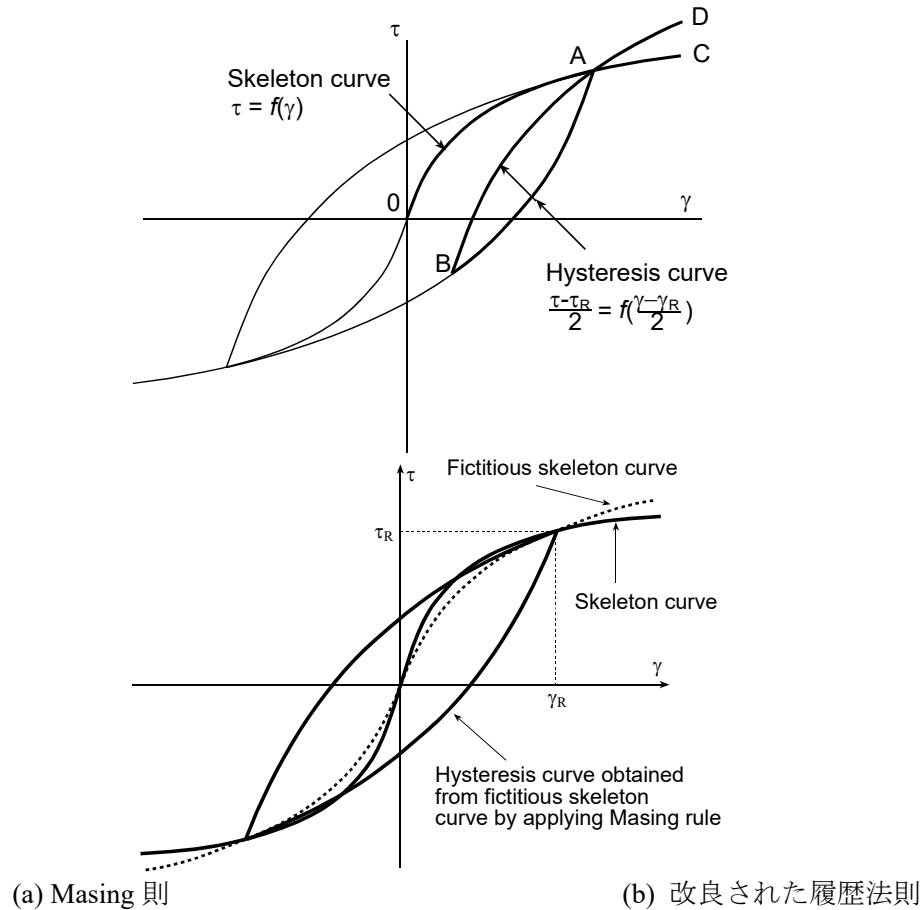


図 7.1.1 履歴法則

ところで、動的変形特性試験の結果のモデル化としてよく用いられる Hardin-Drnevich モデル¹⁾は、骨格曲線は双曲線モデル（式(7.1.1)）で与えられ、減衰特性は

$$h = h_{max} (1 - G / G_{max}) \quad (7.1.11)$$

で与えられる。ところで、式(7.1.1)に Masing 則を適用しても式(7.1.11)は得られない。すなわち、実材料では Masing 則は適用できないわけである。そこで、図 7.1.1(b)に示すような履歴法則を考える²⁾。

仮想の骨格曲線を考える。この骨格曲線は、次の二つの条件を満たすものとする。

- 1) 除荷点を通る。
- 2) 仮想の骨格曲線に Masing 則を適用して得られる履歴曲線の等価減衰比が、除荷点のひずみに対応して与えられた減衰比に等しい。

条件が二つであるので、二つ以上のパラメータを持つどのような数式モデルでも使うことができる。DYNES では双曲線モデル（式(7.1.1)）を用いている。このモデルは、理論上の最小から最大までの減衰比をとることができるので、使いやすい。しかし、除荷直後の剛性が初期弾性定数 G_{max} とは異なることになる。初期剛性もあわせなければ 3 つ以上のパラメータを持つモデルが必要である。文献 2) では 3 つのパラメータを持つ Ramberg-Osgood モデル（式(7.1.2)）を用いる方法も示されているが、最大減衰比は β の関数であり、パラメータの決定に一意性がなくなるという欠点がある。

この履歴法則を用いることにより、任意の減衰比を持つ履歴曲線を求めることができる。なお、動的変形特性が表形式で与えられているときには、内部では内挿補間が用いられ、小さいひずみと大きいひずみに対しては最初と最後の点の減衰が用いられる。減衰も骨格曲線のように補間することも考えられるが、多くの解析では減衰の値は解析結果には大きくは影響しないので、現在

の DYNES ではそこまでの処理はしていない。ただし、モデルによってはその処理が行われているケースもある。これについては、入力のところの説明する。

7.1.1.3 多次元モデルと拘束圧依存性

これまで是一次元のモデル化を示した。次に、これを多次元化するとともに、拘束圧依存性、ダイレタンスーを考慮することを考える³⁴⁾。なお、応力等はすべて有効応力であることから、通常有効応力を表すのに用いられるプライムはつけないことにする。

(1) 基本法則

せん断変形成分と体積変形成分を分離する。体積変化に対しては次の関係を用いる。

$$d\sigma_m = B(d\varepsilon_v - d\varepsilon_{vd}) \quad (7.1.12)$$

ここで、 B は接線体積係数で、拘束圧の関数である。また、 $d\varepsilon_v$ は全体積ひずみ増分、 $d\varepsilon_{vd}$ はダイレタンスーによる体積ひずみ増分である。すなわち、体積変化については、圧密成分とダイレタンスー成分を独立して扱っていることになる。式(7.1.12)の具体的な形については後に示す。

次に、せん断変形に対し、次の関係を用いる。

$$\eta_e = \eta_e(\xi) \quad (7.1.13)$$

ここで、 η_e 、 ξ はそれぞれ相当応力 σ_e 、相当ひずみ e の無次元量（ひずみは元々無次元量であるのでその規準ひずみに関する比と考える）であり、

$$\eta_e = \frac{\sigma_e}{\tau_{max}}, \quad \xi = \frac{e \cdot G_{max}}{\tau_{max}} \quad (7.1.14)$$

と定義される。なお、 G_r は微小ひずみ時のせん断弾性係数、 τ_r はせん断強度で、

$$\tau_{max} = c \cos \theta + \sigma_m \sin \theta \quad (7.1.15)$$

c は粘着力、 θ は内部摩擦角である。せん断弾性定数とせん断強度で無次元化することにより、これらの拘束圧依存性は自動的に考慮できることになる。

ここで、解析に用いる基本的な量は次のようである。

・ 2 次元

$$\begin{aligned} \sigma_m &= \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z) : \text{拘束圧} \\ \varepsilon_v &= \varepsilon_x + \varepsilon_z : \text{体積ひずみ} \\ \sigma_e &= \sqrt{\frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}} = \sqrt{\frac{1}{2}(s_x^2 + s_z^2 + 2\tau_{zx}^2)} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2} : \text{相当応力} \\ s_x &= \sigma_x - \sigma_m, \quad s_z = \sigma_z - \sigma_m : \text{偏差応力} \\ e &= \sqrt{2e_{ij}e_{ij}} = \sqrt{2(e_x^2 + e_z^2 + 2e_{zx}^2)} = \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2 + \gamma_{zx}^2} : \text{相当ひずみ} \\ e_x &= \varepsilon_x - \frac{1}{2}\varepsilon_v, \quad e_z = \varepsilon_z - \frac{1}{2}\varepsilon_v, \quad e_{zx} = \frac{1}{2}\gamma_{zx} : \text{偏差ひずみ} \end{aligned}$$

・ 3 次元

$$\begin{aligned} \sigma_m &= \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) : \text{拘束圧} \\ \varepsilon_v &= \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z : \text{体積ひずみ} \\ \sigma_e &= \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} = \sqrt{\frac{3}{2}(s_x^2 + s_y^2 + s_z^2 + 2(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2))} : \text{相当応力} \\ s_x &= \sigma_x - \sigma_m, \quad s_y = \sigma_y - \sigma_m, \quad s_z = \sigma_z - \sigma_m : \text{偏差応力} \\ e &= \sqrt{\frac{2}{3}e_{ij}e_{ij}} = \sqrt{\frac{2}{3}(e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 + 2(e_{xy}^2 + e_{yz}^2 + e_{zx}^2))} : \text{相当ひずみ} \end{aligned}$$

$$e_x = \varepsilon_x - \frac{1}{3}\varepsilon_v, \quad e_z = \varepsilon_z - \frac{1}{3}\varepsilon_v, \quad e_{zx} = \frac{1}{2}\gamma_{zx} : \text{偏差ひずみ}$$

注) 三軸応力状態を仮定し、せん断成分を 0, $\sigma_2 = \sigma_3$ と置く。すると,

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3}, \quad s_1 = \frac{2}{3}(\sigma_1 - \sigma_3), \quad s_2 = s_3 = -\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3} \rightarrow \sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{1}{9} \{4(\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 - \sigma_3) + (\sigma_1 - \sigma_3)\}} = \sigma_1 - \sigma_3$$

同様に, $e_2 = e_3$ とおく。

$$e_v = e_1 + 2e_3, \quad s_1 = \frac{2}{3}(e_1 - e_3), \quad s_2 = s_3 = -\frac{e_1 - e_3}{3} \rightarrow e = \sqrt{\frac{2}{3} \frac{1}{9} \{4(e_1 - e_3) + (e_1 - e_3) + (e_1 - e_3)\}} = \frac{2}{3}(e_1 - e_3)$$

(2) 計算手順

これまでの基本法則に基づけば、与えられたひずみ増分に対して次の手順によれば応力と接線剛性を求めることができる。

- 1) 与えられたひずみ（増分）より、ダイラテンシーによる体積ひずみ増分 $d\varepsilon_{vd}$ を求める。具体的な式は後述する。
- 2) 体積ひずみに対する応力増分は、次のようにして求めることができる。

$$\begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B & B \\ B & B \end{bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_z \end{Bmatrix} - \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} d\varepsilon_{vd} \right), \quad \begin{Bmatrix} d\sigma_x \\ d\sigma_y \\ d\sigma_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B & B & B \\ B & B & B \\ B & B & B \end{bmatrix} \left(\begin{Bmatrix} d\varepsilon_x \\ d\varepsilon_y \\ d\varepsilon_z \end{Bmatrix} - \frac{1}{3} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} d\varepsilon_{vd} \right)$$

または,

$$d\sigma_x = d\sigma_y = d\sigma_z = d\sigma_m = B(d\varepsilon_v - d\varepsilon_{vd}) \quad (7.1.16)$$

直応力 σ_x , σ_y はさらにせん断成分が加わることによって変化する。しかし、既にダイラテンシーの影響は考慮しているので、拘束圧 $d\sigma_m$ はせん断変形に対しては変化しないので次のステップ以降、拘束圧は既知である。

- 3) せん断変形に対する応力増分を求める。式(7.1.13)が微分可能であれば、その無次元接線剛性 g を求めることができる。すると、各無次元化応力の増分は

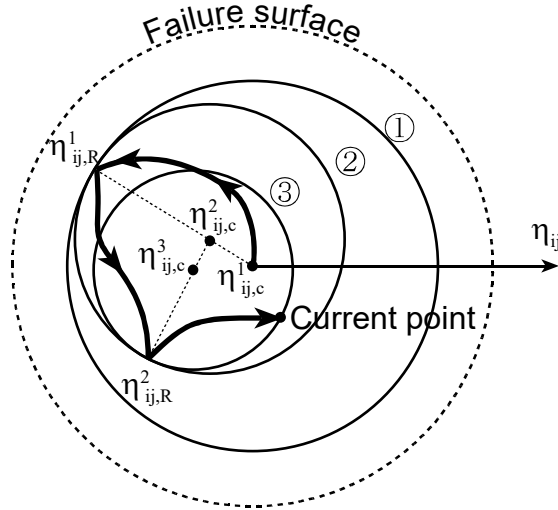
$$d\eta_{ij} = g \cdot d\xi_{ij} \quad (7.1.17)$$

により求めることができ、各応力成分は次のように求めることができる。

$$ds_{ij} = \eta_{ij, new} \cdot \tau_{max} = (\eta_{ij, old} + d\eta_{ij}) \cdot \tau_{max} \quad (7.1.18)$$

(3) 繰返しに対する扱い

せん断変形に対する限界降伏局面には下図の無次元化空間で円となり、点線で表されている降伏局面を用いる。限界局面の半径は σ_e / τ_{max} である。



図に示すように、除荷が起こった以後は、直前の除荷に対する記憶局面に接するように現在の降伏局面が広がるとする。 n 回目の除荷の後の記憶局面の中心は次式で表される。

$$\eta_{ij,c}^{n+1} = k\eta_{ij,c}^n + (1-k)\eta_{ij,R}^n \quad (7.1.19)$$

ここで、添え字 c と R は記憶局面の中心と半径を表している。また、 k は 0 と 1 の間の数字で、現在の応力比から、次のように求めることができる。

$$k = \frac{(\eta_{ij} - \eta_{ij,R}^n)(\eta_{ij} - \eta_{ij,c}^n)}{2(\eta_{ij} - \eta_{ij,R}^n)(\eta_{ij,c}^n - \eta_{ij,R}^n)} \quad (7.1.20)$$

無次元化接線剛性の求め方は、次の二つが考えられる。

- 1) 現在の降伏局面の半径
- 2) 除荷点と現在の状態点の距離の半分

DYNES では、動的反変特性が静止土圧係数 K_0 によって変化しないという実験結果と整合するように後者の考えを用いている⁵⁾。

履歴曲線の式は一次元のケースと同じで、履歴曲線を双曲線モデル

$$\eta = \frac{a\xi}{b + \xi} \quad (7.1.21)$$

とおくことで、求めることができる。

(4) 各種モデル

無次元化は、次のように行うことができる。

- ・双曲線モデル

$$\eta = \frac{\xi}{1 + \xi} \quad (7.1.22)$$

ただし、Duncan-Chang の R_f に対応させる意味で、せん断強度を $1/R_f$ 倍することにすれば、

$$\eta = \frac{\xi}{1 + R_f \xi} \quad (7.1.23)$$

- ・R-O モデル

$$\xi = \eta(1 + \alpha\eta^{\beta-1}) \quad (7.1.24)$$

(5) 体積変化モデル

二つの方法が良く用いられる。一つは、膨潤曲線のみを考える方法で、せん断弾性係数と同じ

ように、拘束圧のべきに依存するというものである。これは、過圧密状態のみを考えているということもできる。液状化解析では正規圧密状態になることは考えられない。

増分弾性で表した構成則は次のようになる。

$$d\sigma_m = K_0 \sigma_m^n d\varepsilon_v \quad (7.1.25)$$

もう一つは、正規圧密（normally consolidate）曲線と過圧密（overconsolidate）曲線の二つを定義する方法である。この場合、 e - $\log \sigma_m$ 平面上で各曲線が直線になるとモデル化するのが普通である。ここで、 e は間隙比である。図7.1.2の左に示すように、正規圧密曲線は不可逆、過圧密曲線は可逆的である。液状化解析では有効応力が増えることはないので、常に過圧密状態にあるといえる。この過程は膨潤過程（rebound）とも呼ばれる。

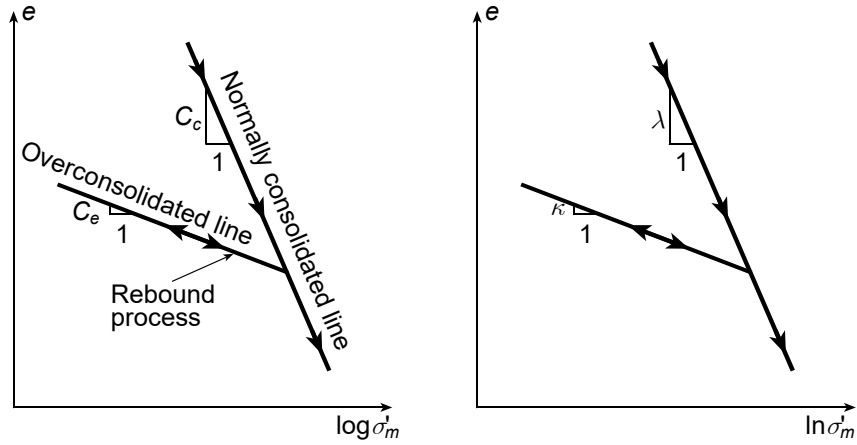


図 7.1.2 体積変化特性のモデル化

図7.1.2の左の直線の勾配

$$C = -\frac{\Delta e}{\Delta(\log \sigma_m)} \quad (7.1.26)$$

は圧縮指数と呼ばれ、拘束圧に依存しないことから圧密の世界ではよく使われる。解析的には横軸を常用対数軸とするより図 7.1.2 の右に示すような自然対数軸にとることが便利である。二つの勾配の関係は次のようである。

$$C_c = \ln 10 \cdot \lambda, \quad C_e = \ln 10 \cdot \kappa \quad (7.1.27)$$

体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v$ と間隙率 e の関係は次のように表される。

$$d\varepsilon_v = \frac{-de}{1+e_0} \quad (7.1.28)$$

ここで、 e_0 は初期間隙比である。これに式(7.1.26)、(7.1.27)を代入すると、膨潤過程について次式を得る。

$$d\varepsilon_v = \frac{\kappa d(\ln \sigma_m)}{1+e_0} = \frac{\kappa d\sigma_m}{\sigma_m (1+e_0)}$$

または、

$$d\sigma_m = \frac{1+e_0}{\kappa} \sigma_m d\varepsilon_v \quad (7.1.29)$$

すなわち、式(7.1.25)のべきを 1.0 にしたのと同じ式になっている。

これら二つのモデル化は土質力学のほとんどの構成則で用いられている。しかし、吉田はこれらのモデル化が液状化解析に対しては問題があることを指摘した⁶⁾。すなわち、式(7.1.29)のモデルでは拘束圧が0になると体積ひずみは無限大になる。このモデルは圧密解析のように拘束圧が増加する場合には適用できるかもしれないが、液状化解析のように拘束圧が0になるような液状化解析では実状にあわない。

また、この式および式(7.1.25)では体積ひずみは拘束圧の変化に対して一意的に決まる。つまり、液状化した状態から過剰間隙水圧が消散すると拘束圧の変化に応じて体積変化が一意的に決まるわけである。しかし、実験結果⁷⁾によると、過剰間隙水圧消散後の体積変化は液状化以後に受けた載荷量に依存する。

このような現象を説明するために、吉田らは次の式を提案した⁸⁾⁹⁾。

$$\sigma_m = \frac{e^{\varepsilon_v/c} - 1}{e^{\varepsilon_{v0}/c} - 1} \sigma_{m0} \quad (7.1.30)$$

ここで、 ε_v は体積ひずみ、 σ_{m0} は過剰間隙水圧消散後の拘束圧、 ε_{v0} はこの時に生じた体積ひずみである。 c は曲線の形状を決めるためのパラメータで、豊浦砂の実験結果⁸⁾とのフィットから次式が用いられた。

$$c = 0.0007 + 0.053\varepsilon_{v0} \quad (7.1.31)$$

この式は、全ひずみに対する関数となっており、使いにくい。そこで、これを増分形に改める。式(7.1.30)を ε_v で微分し、その結果と式(7.1.30)から ε_v を消去すると、次式を得る。

$$d\sigma_m = \frac{1}{c} \left(\sigma_m + \frac{\sigma_{m0}}{e^{\varepsilon_{v0}/c} - 1} \right) d\varepsilon_v \quad (7.1.32)$$

ここで、式(7.1.32)の括弧内の第2項の値は小さく、 σ_m が極端に0に近くない限り無視できる。そこで、この項を無視すると、

$$d\sigma_m = \frac{\sigma_m}{c} d\varepsilon_v \quad (7.1.33)$$

すなわち、体積弾性係数は拘束圧に比例しており、式(7.1.29)と同じである。また、式(7.1.30)は $\sigma_m \rightarrow 0$ のとき $\varepsilon_v \rightarrow 0$ になるので、 $\sigma_m \rightarrow 0$ の時体積ひずみが無限大になるという式(7.1.29)の欠点を直していることになる。この時、 c は圧縮指数 C_c 、初期間隙比 e_0 と次の関係がある。

$$c = \frac{C_c}{(1+e_0)\ln 10} = \frac{\kappa}{1+e_0} \quad (7.1.34)$$

これらを考慮すると、したがって、式(7.1.32)の c は次の様に表すのが便利である。

$$c = c_0 + c_1 \varepsilon_{vd} \quad (7.1.35)$$

ここで、 c_0 は初期値で、式(7.1.34)から求まる値、 ε_{vd} はダイレタンスーにより生じた（非排水状態では仮想の）体積ひずみである。拘束圧が0から σ_m までの体積変化量は ε_{v0} で規定されるので、 c_1 はダイレタンスーにより生じた体積ひずみにより、応力-ひずみ関係の曲率がどのように変化するかを表すパラメータとなっている。なお、式(7.1.30)では σ_{m0} 、 ε_{v0} は過剰間隙水圧消散後の値と定義されているが、増分式では、 σ_{m0} は初期有効拘束圧、 ε_{v0} は拘束圧が0から σ_{m0} まで変化したときの体積ひずみと考える。

同様に、式(7.1.30)の ε_{v0} は次のように置く。

$$\varepsilon_{v0} = \varepsilon_{v0i} + \varepsilon_{vd} \quad (7.1.36)$$

ここで、 ε_{v0i} は初期の体積ひずみ、すなわち、初期状態から拘束圧を0にしたときに発生する体積ひずみであり、既往モデルでは要求されない新しいパラメータである。 $e-\ln \sigma_m$ 平面上で応力-ひずみ挙動を見たとき、 c_0 は初期拘束圧付近での膨潤曲線の勾配を表し、一方、 ε_{v0i} は膨潤曲線が最終的にどこで $\ln \sigma_m$ 軸に平行になるかを表している。

ここで示したモデルは、式(7.1.30)に比べ、式(7.1.35)の c_1 、式(7.1.36)の ε_{v0i} の二つのパラメータがよけいに必要となる。このうち前者は式(7.1.31)に示したように、きれいな砂では0.053を使用することが出来る。後者は、既往のモデルでは有効拘束圧が0に近づくと間隙比が無限大になるということを仮定していたので必要が無かった量であるが、この欠点を改良するためには必要となる。

(6) ダイレタンスーモデル

DYNES ではいくつかのダイレタンスーモデルを用意している。

一般化応力-ダイレタンスー関係

三軸試験の整理としてもっとも広く用いられるダイレタンスーの式は、カムクレイモデルのエネルギー消散式から導かれる次のようなものである。

$$\frac{d\varepsilon_{vd}}{de^p} = \mu - \frac{q}{p} \quad (7.1.37)$$

ここで、 μ は変相時の応力比、 p 、 q は拘束圧と軸差応力、添え字の p は塑性成分を表している。しかしこの式は多次元応力場では使いにくい。そこで、これを一般化応力で表現した式¹⁰⁾

$$d\varepsilon_{vd} = \mu de^p - \frac{s_{ij} de_{ij}^p}{\sigma_m} \quad (7.1.38)$$

を用いることにする。なお、この式を実験値と比較してみると、必ずしも実験値と一致している訳ではない。特に、繰返し载荷に対しては、サイクリックモビリティ以降履歴曲線ら定常化するという欠点も持っている。そこで、実際の計算ではこれに適当な乗数を掛けることによって実験との一致をはかっている。

ボウルモデル

ダイレタンスー挙動を蓄積成分と可逆成分に分け、その和として数式表示する¹¹⁾。しかし、原モデルは軸差応力を考慮していない等、そのままでは多次元解析に用いることは困難である。そこで、これを若干修正し、

$$\varepsilon_{vd} = -Ae^B + \frac{\int de}{C + \int de/D} \quad (7.1.39)$$

と表現する。ここで、 $A \sim D$ は調整用のパラメータである。また、第1項が可逆的な成分で、サイクリックモビリティに相当する挙動を代表し、第二項が蓄積成分である。また、せん断応力比が小さい载荷に対しては液状化が発生しないことを考慮するために、式の相当ひずみは、相当せん断応力比がしきい値を越えたところから計算を始める量となっている。

ひずみ増分が無限大になると、第二項は D となる。すなわち、 D は最大蓄積体積ひずみである。非排水状態を考えると、本来この値は圧密成分による体積ひずみより大きくなれないはずであるが、そうすると排水が起こったときの体積変化が説明できなくなる。そこで、実際には D の値はこれより大きい値を必要とする。

なお、文献11)ではせん断変形に Ramberg-Osgood モデルを用いているが、吉田モデルのような降伏の概念は用いられていない。従って、同じパラメータを用いても結果は全く異なったものとなる。

(7) 一次元と多次元の差

たとえば、一次元の構成則と、等方応力状態を初期状態とする二次元、三次元解析は、水平方向の入力に対して理論的に同じになるはずである。しかし、DYNES による計算結果は似た値ではあるが、同じにはならない。これは、一次元と多次元で本質的な差があるからである。

一次元解析ではせん断応力がひずみの関数として表されている。従って、新しいひずみに対して求まる応力は理論的な正解値である。不釣り合い力もこれに基づいて計算される。

これに対して、多次元解析では、ひずみ増分に接線剛性を掛けることによって応力増分を求めている。従って、ひずみ増分が無限小の場合には理論的に正しい値が求まるが、ひずみ増分が有限値の場合には若干の数値計算上の誤差が発生する。これは、吉田モデルに関わらず、一般の構成則がすべて持っている問題である。

この両者の計算方法の違いにより、応力の計算結果が若干異なるため、一次元と多次元で同じ結果にはならないわけである。

7.1.1.4 除荷剛性の考慮

図7.1.3は粘性土と砂についての動的変形特性試験結果であるが、通常のせん断定数に加え、除荷時の剛性の値も示している。除荷時の剛性 G_0 はせん断定数と同様ひずみとともに小さくなっていくが、その値には最小値があるように見える。そこで、この関係を最小値を持つ双曲線モデル

$$\frac{G_0}{G_{max}} = \frac{1 - G_{min}/G_{max}}{1 + \gamma/\gamma_{r0}} + \frac{G_{min}}{G_{max}} \quad (7.1.40)$$

で表すことにする。ここで、 G_{max} は微小ひずみ時のせん断剛性、 G_{min} は最小の剛性である。この結果が図に点線で示されているが、実験値とよく対応している。

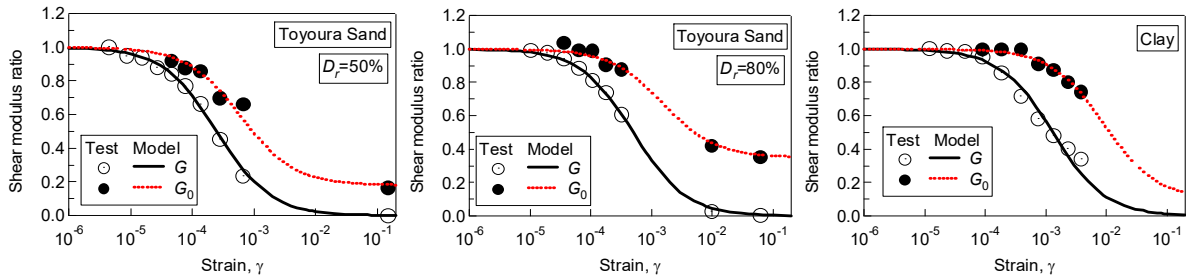


図 7.1.3 せん断定数と除荷時のせん断剛性のひずみ依存性

そこで、この関係をこれまでの式に導入することを考える。履歴曲線はこれまで要求される二つの条件に対応するように二つのパラメータを持つ双曲線モデルで表してきたが、新たな条件を加えると双曲線モデルでは対応できない。そこで、パラメータが三つある Ramberg-Osgood モデルを履歴曲線に用いることにする。このモデルは次のように表すことができる。

$$\gamma = \frac{\tau}{G_0} \left\{ 1 + \alpha \tau^{\beta-1} \right\} \quad (7.1.41)$$

このパラメータは次のようにして決めることができる。まず、減衰定数は次のように表される。

$$h = h_{max} (1 - G/G_0) \quad (7.1.42)$$

ここで h_{max} は最大減衰でパラメータ β を用い

$$h_{max} = \frac{2}{\pi} \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \quad (7.1.43)$$

と表される。除荷点では h , G , G_0 の値は既知であるので式(7.1.40)より h_{max} が求まり、これを式(7.1.43)に代入することにより β が求まる。最後にこれらを式(7.1.42)に代入することで α の値を求めることができる。履歴曲線に双曲線モデルを用いたときにはモデルパラメータを求めるのに非線形の方程式を解く必要があったが、Ramberg-Osgood モデルを用いるとその値は順番に求めることができる。

7.1.2 動的変形特性の実験式と数式モデル

この項では、動的変形特性の実験式と経験式をまとめて示す。

7.1.2.1 表形式の動的変形特性

DYNES では、動的変形特性試験で得られた $G/G_{max}-\gamma$, $h-\gamma$ 関係をそのまま入力とすることもできる。しかし、実務では設計指針に示されている動的変形特性や実験式を使う方が便利なのも多い。これらを使いたいときには、実験値と同様に表形式で入力することもできる。しかし、実験式そのものを指定の方が便利なのも多い。そこで、DYNES では標準的な実験式を用意することにした。

(1) 港湾の施設の技術上の基準に基づく方法¹²⁾

G - γ 関係を、せん断ひずみ振幅 γ と塑性指数 I_p の関数として、次のように表している。

$$\frac{G}{G_{max}} = \bar{A}(I_p, \gamma) \sigma_m'^{n(I_p, \gamma)} \quad (\text{kgf/cm}^2) \quad (7.1.44)$$

ここで、 $\bar{A}(I_p, \gamma)$ および指数部 $n(I_p, \gamma)$ の値は表 7.1.1 で与えられている。

一方、減衰特性は表 7.1.2 の様に与えられている。この指針では、減衰特性については、影響が明瞭でないとして、拘束圧の影響は考慮されていない。なお、プログラムでは表 7.1.2 の平均を用いている。

表 7.1.1 $\bar{A}(I_p, \gamma)$ および $n(I_p, \gamma)$ の値

せん断ひずみ振幅 γ	塑性指数 I_p					
	NP~9.4 未満		9.4~30 未満		30 以上	
	$\bar{A}(I_p, \gamma)$	$n(I_p, \gamma)$	$\bar{A}(I_p, \gamma)$	$n(I_p, \gamma)$	$\bar{A}(I_p, \gamma)$	$n(I_p, \gamma)$
10^{-6}	1.	0.	1.	0.	1.	0.
10^{-5}	0.93	0.01	0.96	0.	0.97	0.
5×10^{-5}	0.83	0.03	0.91	0.01	0.93	0.
10^{-4}	0.75	0.05	0.84	0.02	0.89	0.
2.5×10^{-4}	0.56	0.10	0.74	0.05	0.82	0.
5×10^{-4}	0.43	0.16	0.59	0.09	0.70	0.
10^{-3}	0.30	0.22	0.45	0.16	0.58	0.
2.5×10^{-3}	0.15	0.30	0.26	0.22	0.40	0.
5×10^{-3}	-	-	0.12	0.26	0.25	0.
10^{-2}	-	-	-	-	0.18	0.

表 7.1.2 減衰定数の値

せん断ひずみ振幅 γ	塑性指数 $I_p < 30$			塑性指数 $I_p \geq 30$		
	平均	最大	最小	平均	最大	最小
10^{-6}	0.026	0.040	0.015	0.025	0.050	0.010
10^{-5}	0.030	0.040	0.018	0.030	0.054	0.010
5×10^{-5}	0.033	0.042	0.020	0.034	0.062	0.014
10^{-4}	0.037	0.048	0.026	0.038	0.070	0.018
2.5×10^{-4}	0.055	0.068	0.040	0.050	0.088	0.030
5×10^{-4}	0.080	0.098	0.060	0.066	0.108	0.042
10^{-3}	0.120	0.145	0.092	0.086	0.133	0.056
2.5×10^{-3}	0.174	0.200	0.148	0.118	0.174	0.080
5×10^{-3}	0.200	0.222	0.178	0.144	0.208	0.100
10^{-2}	0.220	0.240	0.200	0.175	-	0.125

(2) 安田らの方法

安田らは不攪乱試料に関する動的変形特性試験を基に、次の式を提案している¹³⁾。

$$\frac{G}{G_{max}} = (A_1 + A_2 \log D_{50}) \sigma_m'^{(B_1 + B_2 \log D_{50})}, \quad h = (C_1 + C_2 \log D_{50}) \sigma_m'^{(D_1 + D_2 \log D_{50})} \quad (7.1.45)$$

$$(0.2 \leq \sigma_m' \leq 3 \text{ kg/cm}^2, \quad 0.02 \leq D_{50} \leq 1 \text{ mm})$$

指数部を決めるための係数は、表 7.1.4 に示されている。

ここでは、 D_{50} が必要である。概略値として、表7.1.4が参考になろう。

表 7.1.3 指数部を決めるための係数

\square	A ₁	A ₂	B ₁	B ₂	\square	C ₁	C ₂	D ₁	D ₂
10 ⁻⁴	0.827	-0.044	0.056	0.026	10 ⁻⁴	0.035	0.005	-0.559	-0.258
3×10 ⁻⁴	0.670	-0.068	0.184	0.086	10 ⁻³	0.136	0.036	-0.375	-0.173
10 ⁻³	0.387	-0.099	0.277	0.130	10 ⁻²	0.234	0.037	0.0	0.
3×10 ⁻³	0.189	-0.089	0.315	0.147					
10 ⁻²	0.061	-0.054	0.365	0.167					
3×10 ⁻²	0.041	-0.019	0.403	0.183					

ただし、 $B_1=B_2=D_1=D_2=0$ ($D_{50} \leq 0.007 \text{ mm}$)

表 7.1.4 D_{50} , F_c , 単位体積重量の概略値 (文献¹⁴, ¹⁵より補正)

土質	D_{50} (mm)	F_c (%)	γ_2 (t/m ³)	γ_1 (t/m ³)
粘土	(0.004)	100	1.5	1.4
表土	0.02	100~80	1.7	1.5
シルト	0.025	90~75	1.75	1.55
砂質シルト, ローム	0.04	70~65	1.8	1.6
シルト質細砂	0.07	50	1.8	1.6
細砂	0.1	20~40	1.85	1.65
微細砂	0.15	10~30	1.95	1.75
中砂	0.35	5~10	2.0	1.8
粗砂	0.6	0	2.0	1.8
砂礫	2.0	0	2.1	1.8

D_{50} : 平均粒径, F_c : 細粒含有率, γ_2 : 飽和単位体積質量, γ_1 : 地下水単位体積質量

(3) 拘束圧依存性を考慮した表形式 (吉田らの方法)

実験値に基づくデータを入力する方法は、正確ではあるが、実験を行った一点のみの結果である。実際の地盤では、たとえば材料が同じでも、深さが異なれば拘束圧も異なるので、非線形特性も異なる。これを考慮するために、与えられた拘束圧下の実験値から、拘束圧を考慮して非線形性を修正する必要がある。吉田らは、ひずみ依存性の双曲線モデルとの近似性に基づき、拘束圧の異なる材料非線形の修正方法を示している¹⁶⁾。これを少し拡張すると、式(7.1.46)が得られる。

$$\frac{G}{G_{max}} = \left(\frac{G}{G_{max}} \right)_0 \frac{B + \gamma A \sigma_v^{m-n}}{B + \gamma A \sigma_v'^{m-n}}, \quad h = h_0 \frac{1 - \frac{G}{G_{max}}}{1 - \left(\frac{G}{G_{max}} \right)_0} \quad (7.1.46)$$

ここで、 A , B , m , n は定数であり、せん断弾性定数および内部摩擦角を決めたときに決まる。すなわち、これらは式(7.1.47)で表されている。

$$G_{max} = A \sigma_v'^m, \quad \tau_{max} = B \sigma_v'^n \quad (7.1.47)$$

なお、吉田らの原論文では式は有効拘束圧依存として表されているが、DYNES では一次元の問題

に適用することから、ここでは有効上載圧に変更している。

(4) 土木研究所の式¹⁷⁾

建設省土木研究所で行われた動的変形特性試験で、沖積粘性土¹⁸⁾、洪積粘性土¹⁹⁾、砂質土²⁰⁾に関し、次のようにまとめられている。

1) 沖積粘性土

$$\frac{G}{G_0} = [A \cdot \sigma'_m{}^B]_{\gamma=\gamma_i} \quad (10^{-6} \leq \gamma \leq 5 \times 10^{-4})$$

$$\frac{G}{G_0} = [A \cdot \sigma'_m{}^B]_{\gamma=5 \times 10^{-4}} \cdot [K]_{\gamma=\gamma_i} \quad (5 \times 10^{-4} \leq \gamma \leq 2 \times 10^{-2})$$

ここで、 σ'_m は平均有効主応力 (kgf/cm²)、 A 、 B 、 K は表 7.1.5¹⁷⁾ に示される。また、これを図示すると、図 7.1.4 の様になる。

一方、減衰定数については、拘束圧依存にデータが整理できなかったとして、図 7.1.4 に示す一つの曲線を与えており、これを表にすると、表 7.1.5¹⁷⁾ の右側となる。

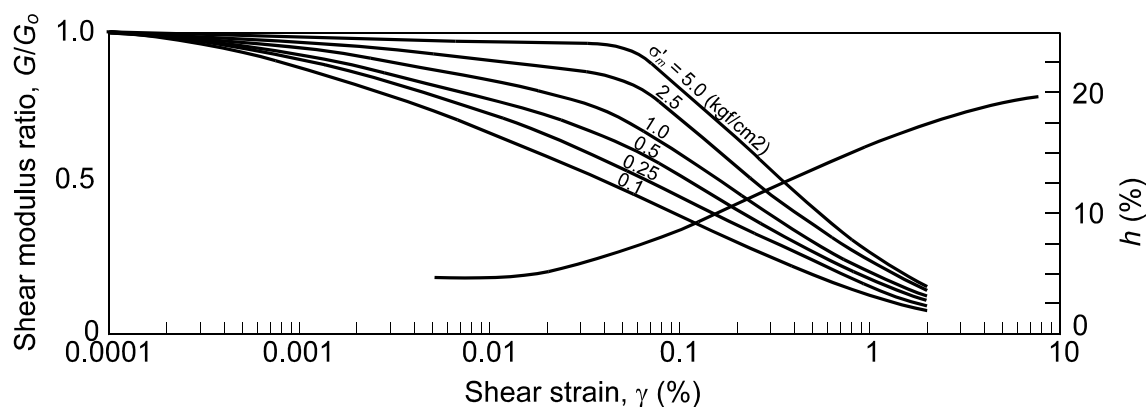


図 7.1.4 沖積粘土に対するひずみ依存性

表 7.1.5 動的変形特性を決めるための係数

□	A	B	□	K	□	h	□	h
2×10^{-6}	0.991	0.00258	5×10^{-4}	1.000	10^{-6}	(0.02)	5×10^{-4}	0.073
5×10^{-6}	0.965	0.0160	10^{-3}	0.831	2×10^{-6}	(0.023)	10^{-3}	0.092
10^{-5}	0.938	0.0275	2×10^{-3}	0.655	5×10^{-6}	(0.028)	2×10^{-3}	0.110
2×10^{-5}	0.908	0.0443	5×10^{-3}	0.431	10^{-5}	(0.032)	5×10^{-3}	0.140
5×10^{-5}	0.863	0.0727	10^{-2}	0.282	2×10^{-5}	(0.036)	10^{-2}	0.161
10^{-4}	0.820	0.101	2×10^{-2}	0.170	5×10^{-5}	0.044	2×10^{-2}	0.176
2×10^{-4}	0.780	0.129	5×10^{-2}	(0.06)	10^{-4}	0.051	5×10^{-2}	0.192
5×10^{-4}	0.705	0.185	10^{-1}	(0.03)	2×10^{-4}	0.057	10^{-1}	0.200

括弧は推定値。文献17の B の値には間違いがあるので修正している。

2) 洪積粘性土

横田・龍岡¹⁹⁾の報告 (N 値15~30, $V_s \approx 300$ m/s) (図 7.1.5) を読みとると¹⁷⁾、表 7.1.6 の様になる。

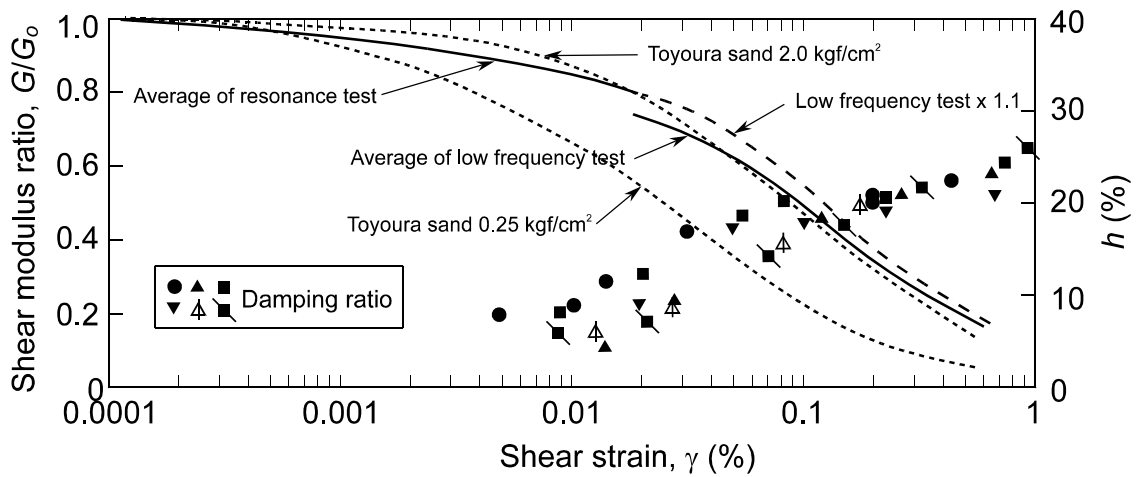


図 7.1.5 洪積粘性土の動的変形特性

表 7.1.6 洪積粘性土の動的変形特性

\square	G/G_0	h (%)	\square	G/G_0	h (%)
10^{-6}	1.000	0.7	5×10^{-4}	0.627	8.4
2×10^{-6}	0.990	0.9	7×10^{-4}	0.563	9.9
5×10^{-6}	0.970	1.3	10^{-3}	0.491	11.9
10^{-5}	0.950	1.6	1.5×10^{-3}	0.415	14.2
2×10^{-5}	0.928	1.9	2×10^{-3}	0.362	15.8
3×10^{-5}	0.908	2.3	3×10^{-3}	0.288	18.3
5×10^{-5}	0.880	2.8	5×10^{-3}	0.200	21.7
10^{-4}	0.834	3.7	7×10^{-3}	0.145	23.3
2×10^{-4}	0.769	5.0	10^{-2}	0.085	26.4
3×10^{-4}	0.715	6.3			

3) 沖積砂質土

次の式が提案されている。

$$\frac{G}{G_{\gamma=10^{-6}}} = \left(\frac{G}{G_{\gamma=10^{-6}}} \right)_{p=1\text{kgf/cm}^2} p^{m(\gamma)-m(\gamma=10^{-6})}, \quad h = h_{\max} (1 - G/G_0) \quad (7.1.48)$$

ここで、 p は平均有効主応力である。最大減衰定数 h_{\max} は 0.3 が使われているが、より一般性を持たせるために、DYNES では h_{\max} を指定するようになっている。計算に必要な二つの基本量は、表 7.1.7 にまとめられている。

表 7.1.7 沖積砂質土の動的変形特性

\square	G/G_0	$m(\gamma) - m(\gamma = 10^{-6})$	\square	G/G_0	$m(\gamma) - m(\gamma = 10^{-6})$
10^{-6}	1.000	0.000	2×10^{-4}	0.689	0.156
2×10^{-6}	0.989	0.018	3×10^{-4}	0.606	0.190
5×10^{-6}	0.978	0.028	5×10^{-4}	0.500	0.260
10^{-5}	0.959	0.040	10^{-3}	0.356	0.350
2×10^{-5}	0.928	0.058	2×10^{-3}	0.228	0.422
3×10^{-5}	0.905	0.064	3×10^{-3}	0.170	0.448

5×10^{-5}	0.867	0.080	5×10^{-3}	0.108	0.476
10^{-4}	0.789	0.116	10^{-2}	0.058	0.480

G/G_0 は、平均有効主応力 1kgf/cm^2 における値

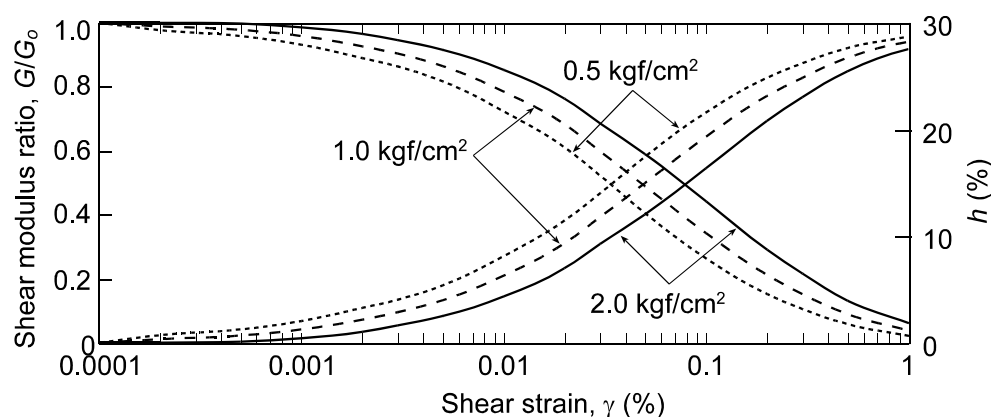


図 7.1.6 砂質土に対する動的変形特性

4) 洪積砂質土・礫質土

文献17では洪積砂質土については、国生・佐々木の報告²¹⁾を引用しつつも、その結果が豊浦砂に類似しているとの理由から、沖積砂質土の関係を適用しても良いとしている。また、礫質土については、適当な実験データが無いので、文献17の発行時点（1982年）では、洪積砂質土のデータを用いることを勧めている。したがって、砂質土については、全てについて前項の関係をを用いる。

7.1.2.2 数式モデル

(1) Hardin-Drnevich モデル

実験式で最も代表的なものは Hardin と Drnevich により提案されたもの¹⁾で、次のような式で表される。

$$\frac{G}{G_{max}} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma}{\gamma_r}}, \quad h = h_{max} \left(1 - \frac{G}{G_{max}} \right) \quad (7.1.49)$$

ここで、 γ_r は規準ひずみと呼ばれている。また、 h_{max} は最大減衰定数である。ここで、式(7.1.49)ではひずみが小さくなると減衰定数が 0 に近づくが、実験ではある程度の減衰があることが多いので、DYNES では減衰定数の最小値も入力できるようになっている。すなわち、

$$h = \max \left(h_{max} \left(1 - \frac{G}{G_{max}} \right), h_{min} \right) \quad (7.1.50)$$

なお、日本で一般に Hardin-Drnevich モデルと言った場合、式(7.1.49)を骨格曲線として Masing 則を用いて履歴曲線を表すモデルを言うことも多いが、これは、異常な使い方であり、このマニュアルでは世界的な呼び名である双曲線モデルを用いている。

(2) 双曲線モデル

双曲線モデルは地盤の解析でもっともよく用いられるモデルである。骨格曲線は次のように表される²²⁾。

$$\tau = \frac{G_{max}\gamma}{1 + \gamma/\gamma_r} \quad (7.1.51)$$

ここで、 $\gamma_r = \tau_{max}/G_{max}$ の関係を用いると、次のようになる。

$$\tau = \frac{G_{max}\gamma}{1 + \frac{G_{max}\gamma}{\tau_{max}}} \quad (7.1.52)$$

このモデルでは、せん断強度 τ_{max} はひずみが無限大の値に対応している。しかし、実材料ではせん断強度は有限のひずみで発揮される。つまり、このモデルは強度付近の再現性は必ずしもよいとはいえない。この点を改良するために、Duncan と Chang のモデル²³⁾と同様の考え方にに基づき、せん断強度を嵩上げする。

$$\tau = \frac{G_{max}\gamma}{1 + R_f \frac{G_{max}\gamma}{\tau_{max}}} \quad (7.1.53)$$

せん断強度を超えるせん断応力を実際に発揮させるか否かの選択は入力データで可能である。

履歴法則に Masing 則を用いるとすれば、等価減衰比は次式で表される。

$$h = \frac{2}{\pi} \left\{ 2 \left(1 + \frac{\gamma_r}{\gamma} \right) \left[1 - \frac{\gamma_r}{\gamma} \ln \left(1 + \frac{\gamma}{\gamma_r} \right) \right] - 1 \right\} \quad (7.1.54)$$

なお、式(7.1.53)を用いる際には、上記の γ_r を γ_r/R_f に置き換えればよい。

双曲線モデルは日本では文献24)に基づき、(修正) Hardin-Drnevich モデルと呼ばれることも多いが、この呼び名は国際的ではないし、歴史的な研究の経緯も無視したものである。これ以前にも双曲線モデルは解析で用いられている (たとえば、文献²⁵⁾)。

(3) Ramberg-Osgood モデル

Ramberg-Osgood モデルは、鋼材について開発されたモデル²⁶⁾であるが、後に述べる理由により土でもよく用いられている。骨格曲線は次のように表される。

$$\gamma = \frac{\tau}{G_{max}} \left(1 + \alpha \left(\frac{\tau}{\tau_f} \right)^{\beta-1} \right) \quad (7.1.55)$$

ここで、 γ_r は基準ひずみ ($=\tau_{max}/G_{max}$: τ_{max} はせん断強度) , α , β , τ_f はパラメータである

繰返し載荷時の履歴法則に Masing 則を使うとすれば、減衰定数のひずみ依存性は次のように表される。

$$h = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\beta-1}{\beta+1} \left(1 - \frac{G_{sec}}{G_{max}} \right) \quad (7.1.56)$$

この式は、右辺の括弧の前の量を h_{max} とおけば、式(7.1.49)の減衰の式と同じになる。

Ramberg-Osgood モデルは双曲線モデルよりパラメータの数が一つ多いので、より自由な調整が可能になる。また、減衰特性は実験値とよく一致する。これが、このモデルが土の解析でもよく用いられる理由である。

7.1.3 一次元の構成則

7.1.3.1 弾性

せん断応力-せん断ひずみ関係は、次式で表される。

$$\tau = G_{max}\gamma \quad (7.1.57)$$

7.1.3.2 任意モデル

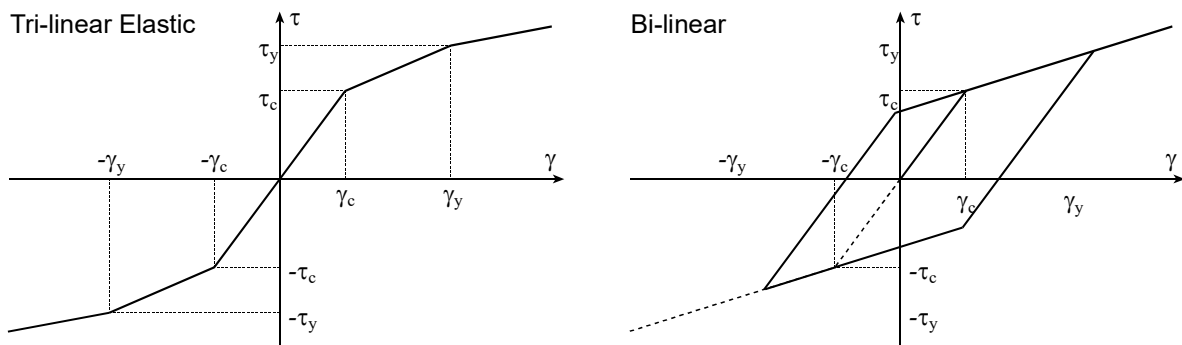
このモデルは、すでに、7.1.1, 7.1.2で説明したので、ここでは改めては示さない。

7.1.3.3 折れ線モデル

折れ線型の応力-ひずみ関係は、土のモデルとしては古典的な研究では使われたこともあるが、現在ではほとんど用いられない。しかし、使う可能性がないとはいえないので、よく使われるモデルを用意している。

(1) Tri-linear 弾性モデル

骨格曲線が Tri-linear で表され、ヒステリシスを描かないモデルである。

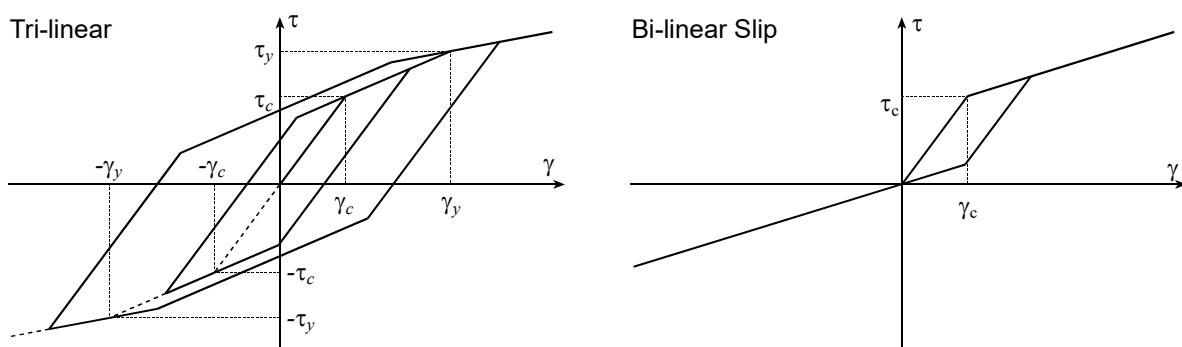


(2) Bi-linear モデル

骨格曲線が Bi-linear で、Masing 則に従うモデル。

(3) Tri-linear モデル

骨格曲線が Tri-linear で、Masing 則に従うモデル。

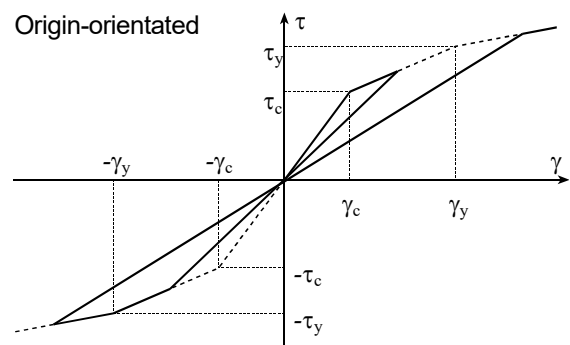
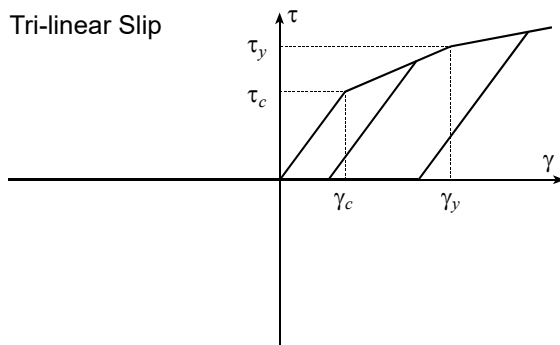


(4) Bi-linear スリップモデル

骨格曲線は、Bi-linear 型である。スリップは第2剛性で生じる。

(5) Tri-linear スリップモデル

骨格曲線は Tri-linear 型である。除荷剛性は初期剛性、また、スリップのとき剛性は0である。



(6) 原点指向モデル

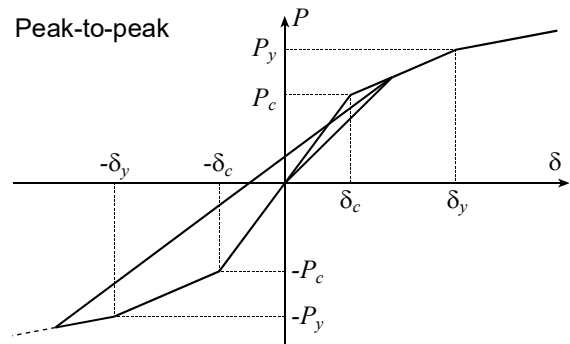
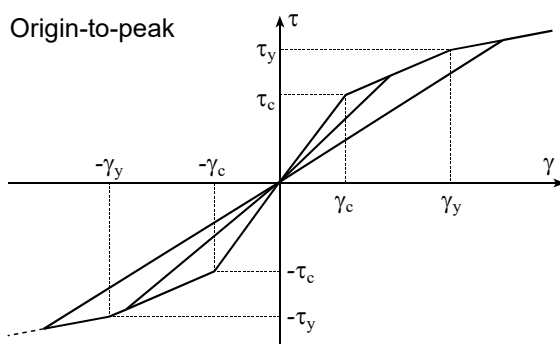
モデルの履歴法則は次のようなものである。

- 骨格曲線は Tri-linear である。
- 骨格曲線からの除荷点は、原点を向かう直線上を動く。
- 除荷曲線上で折り返したときは、同じ直線上を戻す。
- 除荷曲線が骨格曲線と交わった後は骨格曲線上を動く。

(7) 原点・最大点指向モデル

モデルの履歴法則は次のようなものである。

- 骨格曲線は Tri-linear である。
- 骨格曲線からの除荷は原点に向かう直線上を動く。原点を通過した後は、反対側の最大点に向かう直線上を動く。
- 除荷曲線上で折り返した場合は同じ曲線上を戻す。
- 除荷骨格曲線と交わった後は骨格曲線上を動く。



(8) 最大点指向モデル

モデルの履歴法則は次のようなものである。

- 骨格曲線は Tri-linear である。
- 骨格曲線からの除荷は、反対側の最大点に向かう直線上を動く。
- 除荷曲線上で折り返した場合は、同じ曲線上を戻す。
- 除荷曲線が骨格曲線と交わった後は骨格曲線上を動く。

(9) Degrading tri-linear モデル (深田²⁷⁾)

モデルの履歴法則は次のようなものである。

- 骨格曲線は Tri-linear である。
- 最大変位が γ_y を越えない間は Bi-linear モデルと同じである。

iii) 正負どちらかで最大変位が γ_y を越えた後、骨格曲線から除荷する場合、剛性低下率 α が、

$$\alpha = \frac{\tau_1 - \tau_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \frac{\gamma_y}{\tau_y}$$

$$\tau_1 = \max(\tau_{max}, \tau_y)$$

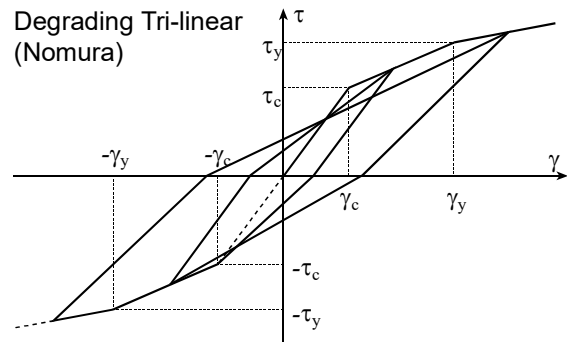
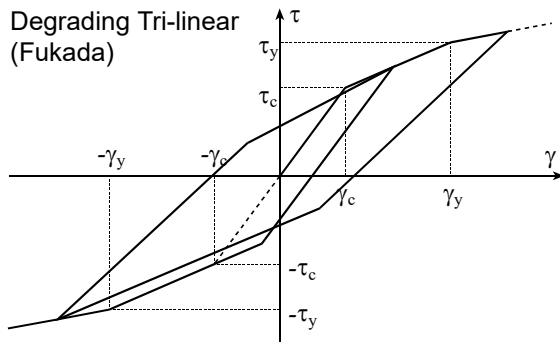
$$\tau_2 = \min(\tau_{min}, -\tau_y)$$

$$\gamma_1 = \max(\gamma_{max}, \gamma_y)$$

$$\gamma_2 = \min(\gamma_{min}, -\gamma_y)$$

で表される直線上を動く。折り返し点より $2\tau_c$ 復元力が変化した位置で除荷曲線は反対側の最大点を向く直線となる。

iv) 除荷曲線より折り返す場合は、除荷点を越えるか、または、骨格曲線に交わるまでは bi-linear である。



(10) Degrading tri-linear モデル (野村²⁸⁾)

モデルの履歴法則は次のようなものである。

- i) 骨格曲線は Tri-linear である。
- ii) 骨格曲線第 2 線分よりの除荷は、初期剛性で除荷する。除荷曲線は荷重 0 軸を横切った後、反対側の最大点（または第 1 折れ点との大きい方）に向かう直線となる。
- iii) 第 2 折れ点経験後は、除荷剛性の剛性率 α が

$$\alpha_+ = \sqrt{\frac{\gamma_y}{\gamma_{max}}}, \quad \alpha_- = \sqrt{\frac{\gamma_y}{-\gamma_{min}}}$$

で表される以外は、上記と同じである。

- iv) 除荷曲線上よりの逆載荷については、剛性は前回の除荷時剛性と同じであり、そのほかは上と同じである。

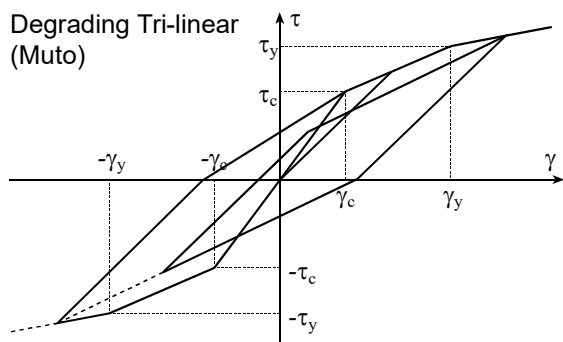
(11) Degrading tri-linear モデル (武藤²⁹⁾)

モデルの履歴法則は次のようなものである。

- i) 骨格曲線は Tri-linear である。
- ii) 最大変位が γ_y を越えるまでは原点指向モデルと同じ法則に従う。
- iii) 第 2 折れ点を越えた後の除荷剛性は

$$\alpha = \frac{\tau_y}{\gamma_y} \bigg/ \frac{\tau_c}{\gamma_c}$$

で、そのほかは、Degrading tri-linear (野村) と同じである。



7.1.3.4 大ひずみモデル³⁰⁾

動的変形特性試験で得られる動的変形特性は一定応力振幅の载荷を行い，10サイクル目の履歴曲線から計算される。しかし，ひずみが大きくなると図7.1.7に示されるように履歴曲線は収束しなくなるし，その形状も小さいひずみで見られる紡錘型から逆S字型に近くなり，等価減衰比もひずみとともに小さくなる。この現象は，過剰間隙水圧の発生によるものであることは明らかであるので，この現象を表現するためには有効応力解析によるべきであろう。しかし，これを全応力解析で表現したいときもある。このモデルはそのためのモデルである。モデルは基本的には7.1.1項に示した吉田モデルで作成するが，この現象を考慮するため，新しい法則を付け加える。

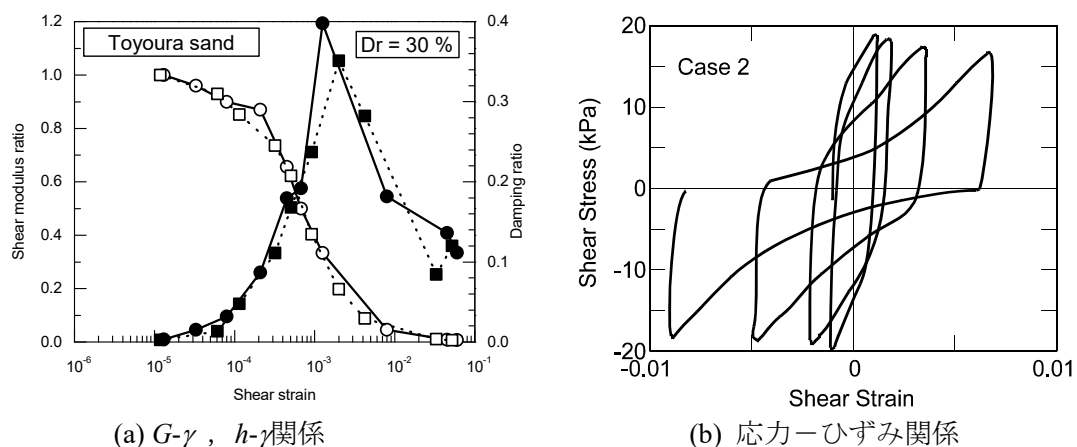


図 7.1.7 豊浦砂の大ひずみ域における挙動

図7.1.7(b)に見られるように，この領域にはいと応力-ひずみ関係は中央部にスリップ領域を持つようになる。そこで，動的変形特性で減衰が最大ひずみを越える領域では図7.1.8に示すように応力-ひずみ関係を中央のスリップ部と両端の剛性回復部に分離する。剛性回復部は減衰が最大となったときの履歴曲線とし，スリップ部の高さは大ひずみ領域における減衰が一致するように決める。

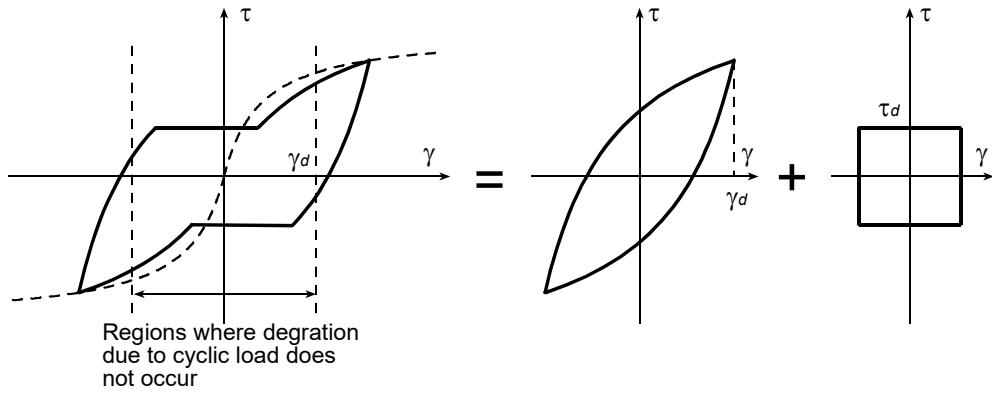


図 7.1.8 大ひずみ時の履歴曲線の分離

この処理だけでは、一定応力振幅の载荷で履歴曲線は定常化し、実験に見られるような劣化現象は再現できない。そこで、図7.1.9に示すように、図で **unload** と示された点から除荷が起こったとき、状態点が骨格曲線か、骨格曲線からの最初の除荷曲線を移動中には、図の A や B に対応する点 A' や B' が移動する（すなわち、第1除荷曲線が移動）という法則を付け加える。

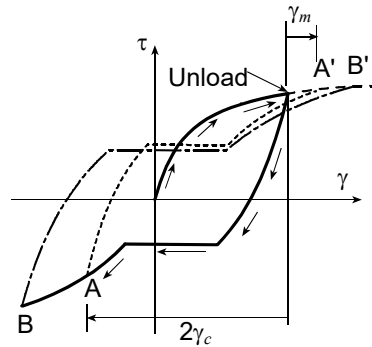


図 7.1.9 劣化挙動の考慮法

第一除荷曲線の移動量 γ_m は暫定的に次式で与える。

$$\gamma_m = \frac{a + \Gamma}{1 + \Gamma} \cdot \max(0, \gamma_c - \gamma_d), \quad \Gamma = \sum \max(0, \gamma_c - \gamma_d) \quad (7.1.58)$$

ここで、 a は曲線の形状を決めるパラメータ、 Γ は履歴の蓄積量である。また、 γ_c は状態点が骨格曲線を動いたひずみの変化量か、第一除荷曲線を動いたひずみの変化量の半分、 γ_d は減衰が最大となったときのひずみである。図 7.1.10 に小さいひずみと大きいひずみに対する解析例を示す。

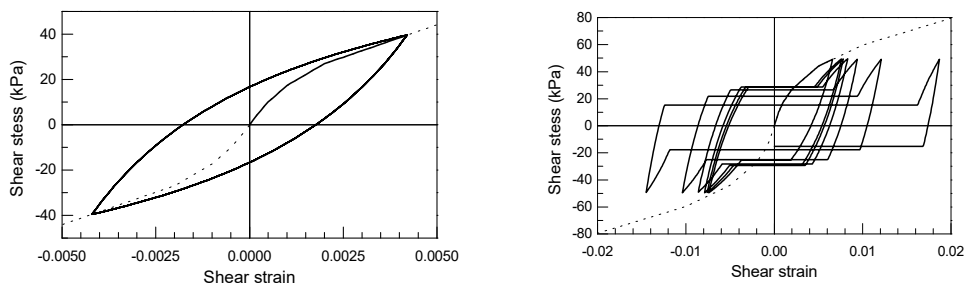


図 7.1.10 解析例

7.1.4 二次元の構成則

二次元、三次元は本質的に同じモデル化が可能である。ここでは、特に二次元モデルに特徴的な事項を挙げることにする。

7.1.4.1 単純二次元と平面ひずみ

二次元独特の構成則として、単純二次元の構成則がある。弾性となれば、構成則は、体積弾性係数 K 、せん断弾性係数 G を用いて次のように表される。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K+G & K-G & 0 \\ K-G & K+G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (7.1.59)$$

これに対して、三次元の構成則を平面ひずみ状態で二次元に適用すると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_z \\ \tau_{zx} \\ \sigma_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K+\frac{4}{3}G & K-\frac{2}{3}G & 0 \\ K-\frac{2}{3}G & K+\frac{4}{3}G & 0 \\ 0 & 0 & G \\ K-\frac{2}{3}G & K-\frac{2}{3}G & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (7.1.60)$$

ここで、平面ひずみ方向の成分は、FEM の要素剛性マトリックスの中には反映されないが、応力成分としては存在し、拘束圧依存の構成則を用いる場合には影響する。

せん断変形が卓越する地震応答解析では、どちらを用いても大きな違いが生じないことがケーススタディにより確認されている。感覚的にわかりやすい大きな違いはポアソン比で、三次元の構成則では等体積状態に対応するポアソン比は0.5であるが、単純二次元状態ではポアソン比は1.0である。

非線形解析でも構成式の枠組みは若干異なってくる。よく用いられる量のみを示すと、以下のようになる。

・単純二次元

拘束圧：	$\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_z)$
体積ひずみ：	$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_z$
相当応力：	$\sigma_e = \sqrt{\frac{1}{2}s_{ij}s_{ij}} = \sqrt{\frac{1}{2}(s_x^2 + s_z^2 + 2\tau_{zx}^2)} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}\right)^2 + \tau_{zx}^2}$
偏差応力：	$s_x = \sigma_x - \sigma_m, \quad s_z = \sigma_z - \sigma_m$
相当ひずみ：	$e = \sqrt{2e_{ij}e_{ij}} = \sqrt{2(e_x^2 + e_z^2 + 2e_{zx}^2)} = \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_z)^2 + \gamma_{zx}^2}$
偏差ひずみ：	$e_x = \varepsilon_x - \frac{1}{2}\varepsilon_v, \quad e_z = \varepsilon_z - \frac{1}{2}\varepsilon_v, \quad e_{zx} = \frac{1}{2}\gamma_{zx}$

・三次元

拘束圧：	$\sigma_m = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$
体積ひずみ：	$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$
相当応力：	$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}} = \sqrt{\frac{3}{2}(s_x^2 + s_y^2 + s_z^2 + 2(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2))}$
偏差応力：	$s_x = \sigma_x - \sigma_m, \quad s_y = \sigma_y - \sigma_m, \quad s_z = \sigma_z - \sigma_m$
相当ひずみ：	$e = \sqrt{\frac{2}{3}e_{ij}e_{ij}} = \sqrt{\frac{2}{3}(e_x^2 + e_y^2 + e_z^2 + 2(e_{xy}^2 + e_{yz}^2 + e_{zx}^2))}$

偏差ひずみ：
$$e_x = \varepsilon_x - \frac{1}{3}\varepsilon_v, \quad e_z = \varepsilon_z - \frac{1}{3}\varepsilon_v, \quad e_{zx} = \frac{1}{2}\gamma_{zx}$$

7.1.5 多次元の構成則

ここでは、二次元、三次元に共通な構成則を示す。なお、二次元、三次元の場合に前項で述べたような違いがあるが、ここでは両方に分けて示すことはせず、どちらか一方のみを示す。

7.1.5.1 三次元弾性

応力-ひずみ関係は次のように表される。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K+4G/3 & K-2G/3 & K-2G/3 & 0 & 0 & 0 \\ K-2G/3 & K+4G/3 & K-2G/3 & 0 & 0 & 0 \\ K-2G/3 & K-2G/3 & K+4G/3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ e_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \quad (7.1.61)$$

7.1.5.2 吉田モデル

このモデルは、7.1.1項で示されている。

7.1.5.3 飛田・吉田モデル³¹

砂に関する構成則である。

(1) 基本量

この構成則で用いる、応力とひずみに関係した量は、次のとおりである。

応力	σ_{ij}	引張が正
ひずみ	ε_{ij}	テンソルひずみ
静水圧成分	$p = -\frac{1}{3}\text{tr}(\sigma)$	(圧縮が正)
体積ひずみ	$\varepsilon_v = -\text{tr}(\varepsilon)$	(圧縮が正)
偏差応力	$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\text{tr}(\sigma)\delta_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij}$	
偏差ひずみ	$e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{1}{3}\text{tr}(\varepsilon)\delta_{ij} = \varepsilon_{ij} + \varepsilon_v\delta_{ij}$	
相当応力	$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2}s_{ij}s_{ij}}$	
相当ひずみ	$\varepsilon_e = \sqrt{\frac{2}{3}e_{ij}e_{ij}}$	

(2) 単調载荷時の挙動

1) 降伏条件

中間主応力の影響は無視し、降伏条件を次のように表す。

$$f = \sigma_e - \alpha_M p = 0 \quad (7.1.62)$$

これより、

$$\alpha_M = \frac{\sigma_e}{p} \quad (7.1.63)$$

2) 偏差成分に関する塑性流れ則

せん断と体積変化を分離して考える。塑性偏差ひずみ増分 de_{ij}^p は、降伏曲面の偏差成分の法線方向と同じ向きを持つとする。

$$de_{ij}^p = d\lambda \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_{ij}^* \quad (7.1.64)$$

ここで、*は偏差成分を表している。すなわち、

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_{ij}^* = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_{ij} - \frac{1}{3} tr \left\{ \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_{ij} \right\} \quad (7.1.65)$$

各応力成分と静水圧を σ_{ij} で微分し、偏差応力の関係を使えば、次の式が得られる。

$$\frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3}{2\sigma_e} s_{ij}, \quad \frac{\partial p}{\partial \sigma_{ij}} = -\frac{1}{3} \delta_{ij} \quad (7.1.66)$$

したがって、 f の微分は次のように表される。

$$\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_{ij} = \frac{3}{2\sigma_e} s_{ij} - \alpha_M \frac{1}{3} \delta_{ij}, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_{ij}^* = \frac{3}{2\sigma_e} s_{ij} \quad (7.1.67)$$

ただし、 $\sigma_e=0$ のとき、これらは全て $\sqrt{3/2}$ である。

以後、表現の簡単化のために、次の記号を用いる。

$$N_{ij} = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_{ij}, \quad N_{ij}^* = \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma} \right)_{ij}^*, \quad N_{ij}^p = \left(\frac{\partial p}{\partial \sigma} \right)_{ij} = -\frac{1}{3} \delta_{ij}, \quad N_{ij}^s = \left(\frac{\partial \sigma_e}{\partial \sigma} \right)_{ij} = \frac{3}{2\sigma_e} s_{ij} \quad (7.1.68)$$

これらの記号を使えば、式(7.1.67)は次のように書ける。

$$N_{ij} = N_{ij}^s - \alpha_M N_{ij}^p, \quad N_{ij}^* = N_{ij}^s \quad (7.1.69)$$

3) ダイラテンシーの定式化

一般化応力-ダイラテンシー関係式を使う。すなわち、次のエネルギー消散式を用いる。

$$s_{ij} de_{ij}^p - p d\varepsilon_v^p = p M d\xi \quad (7.1.70)$$

ここで、 M は材料に固有の定数、 ξ は相当せん断応力 σ_e に対応した一般化ひずみで、

$$s_{ij} de_{ij}^p = \sigma_e d\xi \quad (7.1.71)$$

両辺を自乗し、相当応力の関係を用いれば、

$$d\xi = \sqrt{\frac{2}{3}} de_{ij}^p de_{ij}^p$$

さらに、式(7.1.64)、(7.1.68)を代入して、

$$d\xi = d\lambda \sqrt{\frac{2}{3}} N_{ij}^* N_{ij}^*$$

相当ひずみの定義と比べると分かるように、相当ひずみとの差は、① ξ は塑性ひずみ成分であること、② 蓄積量であることである。式(7.1.71)を用いれば、式(7.1.70)は、最終的に次のようになる。

$$d\varepsilon_v^p = \tan \nu \cdot d\lambda \quad (7.1.72)$$

$$\tan \nu = \eta_{ij} N_{ij}^* - M \sqrt{\frac{2}{3}} N_{ij}^* N_{ij}^* \quad (7.1.73)$$

$$\eta_{ij} = \frac{s_{ij}}{p} \quad (7.1.74)$$

4) 硬化則

降伏曲面は、応力 σ_{ij} と α_M の関数である。 α_M は、一般化ひずみ ξ の関数である。したがって、降伏を維持するための条件 $df=0$ は次のように書ける。

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \alpha_M} \frac{\partial \alpha_M}{\partial \xi} d\xi = 0 \quad (7.1.75)$$

ここで、 $\partial f / \partial \alpha_M = p$ の関係を代入し、さらに、式(7.1.71)を用いれば、

$$d\lambda = \frac{1}{H_p} N_{ij} d\sigma_{ij} \quad (7.1.76)$$

$$H_p = p \frac{\partial \alpha_M}{\partial \xi} \sqrt{\frac{2}{3} N_{ij}^* N_{ij}^*} \quad (7.1.77)$$

つぎに、 α_M を一般化ひずみ ξ の関数として、次のような双曲線に置く。

$$\alpha_M = \frac{\xi}{A + \xi/B} \quad (7.1.78)$$

式(7.1.78)の微分は次のようになる。

$$\frac{\partial \alpha_M}{\partial \xi} = \frac{A}{(A + \xi/B)^2} \quad (7.1.79)$$

5) 接線剛性の計算

これまでで、単調載荷時に必要な式は計算できた。これより、接線剛性を求める。式(7.1.76)を式(7.1.64)、(7.1.72)に代入し式(7.1.68)の関係をを用いれば、偏差塑性ひずみ増分および塑性体積ひずみ増分は次のように計算できる。

$$d\varepsilon_{ij}^p = \frac{1}{H_p} N_{ij}^* N_{kl} d\sigma_{kl} \quad (7.1.80)$$

$$d\varepsilon_v^p = \frac{1}{H_p} \tan \nu \cdot N_{kl} d\sigma_{kl} \quad (7.1.81)$$

したがって、塑性ひずみ増分は次のようになる。

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\varepsilon_{ij}^p + \frac{1}{3} d\varepsilon_v^p \delta_{ij} = \frac{1}{H_p} P_{ij} N_{kl} d\sigma_{kl} \quad (7.1.82)$$

ここで、

$$P_{ij} = N_{ij}^* + \frac{1}{3} \tan \nu \delta_{ij} \quad (7.1.83)$$

式(7.1.82)により、応力増分が与えられたときの塑性ひずみ増分が計算できる。実際のひずみには弾性ひずみもあるので、これを加えれば、全ひずみが求まる。弾性ひずみは次のようにして求まる。

$$d\sigma_{ij} = L_{ijkl}^e d\varepsilon_{kl}^e$$

$$d\varepsilon_{ij}^e = C_{ijkl}^e d\sigma_{ij} \quad (7.1.84)$$

$$L_{ijkl}^e = \left(K - \frac{2}{3} G \right) \delta_{ij} \delta_{kl} + 2G \delta_{ik} \delta_{jl}$$

式(7.1.82)、(7.1.84)よりひずみが応力の関数として求まったが、通常必要なのはこの逆の関係、すなわち、応力増分をひずみ増分の関数として表すことである。これは、次のように行う。

式 (7.1.84)より、次の式が得られる。

$$d\sigma_{ij} = L_{ijkl}^e (d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^p) \quad (7.1.85)$$

式(7.1.85)に式(7.1.82)を代入すると、次式が得られる。

$$d\sigma_{ij} = L_{ijkl}^e \left(d\epsilon_{kl} - \frac{1}{H_p} P_{kl} N_{pq} d\sigma_{pq} \right) \quad (7.1.86)$$

両辺に N_{ij} を掛け、右辺の $N_{pq} d\sigma_{pq}$ の pq を ij に置き換えれば、次式を得る。

$$N_{ij} d\sigma_{ij} = \frac{H_p N_{st} L_{stkl}^e d\epsilon_{kl}}{H_p + N_{pq} L_{pqmn}^e P_{mn}} \quad (7.1.87)$$

式(7.1.87)を式(7.1.86)の右辺に代入すれば、次式を得る。

$$d\sigma_{ij} = L_{ijkl} d\epsilon_{kl} \quad (7.1.88)$$

$$L_{ijkl} = L_{ijkl}^e - \frac{L_{ijkl}^e P_{pq} N_{st} L_{stkl}^e}{H_p + N_{pq} L_{pqmn}^e P_{mn}}$$

(2) 繰返し載荷時の挙動

繰返し載荷の場合、履歴曲線は処女載荷時と全く異なる考えを用いる。

- ①弾性領域はない。
- ②偏差ひずみ増分の向きは、共役応力点の法線方向と一致する。
- ③硬化関数 H_p は、応力空間の距離に依存して決まるとする。

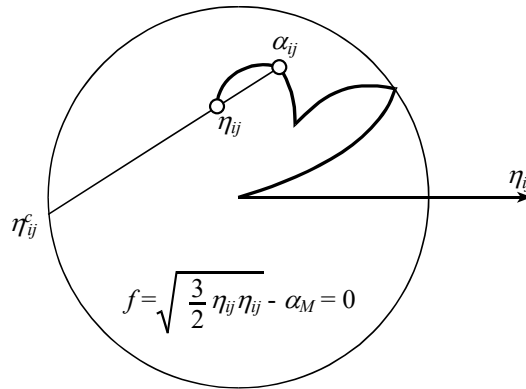
塑性ひずみ増分に関する式は、骨格曲線の場合（式(7.1.82)）と全く同じである。

$$d\epsilon_{ij}^p = \frac{1}{H_p} P_{ij} N_{kl} d\sigma_{kl} \quad (7.1.89)$$

処女載荷時と同様、拘束圧 p で無次元化して考える。

$$\alpha_{ij} = \frac{s_{ij}^*}{p}, \quad \eta_{ij} = \frac{s_{ij}}{p}, \quad \eta_{ij}^c = \frac{s_{ij}^c}{p} \quad (7.1.90)$$

ここで、 s_{ij}^* は除荷点の偏差応力、 s_{ij} は現在の偏差応力、 s_{ij}^c は共役応力である。これらの関係は、図のようになる。



除荷点と現在の応力点を通る線の延長は次式で表される。

$$\ell_{ij} = \lambda(\eta_{ij} - \alpha_{ij}) + \alpha_{ij} \quad (\lambda > 1) \quad (7.1.91)$$

これと、降伏曲面

$$f = \sqrt{\frac{3}{2}} \eta_{ij} \eta_{ij} - \alpha_M = 0$$

との交点が共役応力点である。この点では

$$\lambda = \lambda^* = \frac{-a + \sqrt{a^2 - \rho^2 b}}{\rho^2} \quad (7.1.92)$$

(注) 骨格曲線からの除荷の時、 $\lambda^* = -2a / \rho^2$

ここで、

$$\begin{aligned}
a &= (\eta_{ij} - \alpha_{ij}) \alpha_{ij} < 0 \\
b &= \frac{2}{3} \alpha_M^2 + \alpha_{ij} \alpha_{ij} \\
\rho^2 &= (\eta_{ij} - \alpha_{ij}) (\eta_{ij} - \alpha_{ij})
\end{aligned} \tag{7.1.93}$$

これより、共役応力比は次のようになる。

$$\eta^c = \lambda^* (\eta_{ij} - \alpha_{ij}) + \alpha_{ij} \tag{7.1.94}$$

共役点の座標が分かれば、法線方向が計算でき、次のようになる。

$$N_{ij}^c = N_{ij}^{c*} - \frac{\alpha_M}{k} \delta_{ij}$$

除荷の判定は次のように行う。

①骨格曲線からの除荷

$$df = N_{ij} d\sigma_{ij} < 0 \tag{7.1.95}$$

②履歴曲線からの除荷

$$df = N_{ij}^c d\sigma_{ij} < 0$$

ここでは、応力増分で除荷の判定を行っているが、ひずみで行える方が好都合なこともある（プログラムでは応力増分で判定している）。式(7.1.87)は次の形をしている。

$$N_{ij} d\sigma_{ij} = \frac{H_p N_{st} L_{stkl}^e d\epsilon_{kl}}{H_p + N_{pq} L_{pqmn}^e P_{mn}} \tag{7.1.96}$$

ここで、 $H_p > 0$ は常に成立する。多くの場合、分母 > 0 と考えられるので、右辺の符号は右辺分子の符号と等しくなり、ひずみで除荷の判定が出来る。降伏が進んで来ると、 H_p は小さくなるので、分母 < 0 の可能性も生じる。したがって、まず分子により除荷の判定をし、分母の符号を検討するのが実用的には便利そうである。

硬化パラメータの値は次のように定義できるとする。

$$H_p = H_R - (H_R - H_p^*) \left(\frac{\rho}{\rho_c} \right)^m \tag{7.1.97}$$

ここで、

H_p^* : 骨格曲線に置ける H_p

H_R : 仮想の硬化パラメータで、繰返しにより蓄積された塑性ひずみ増分の関数

すなわち、

$$d\lambda^p = \sqrt{\frac{2}{3} e_{ij}^p e_{ij}^p} \tag{7.1.98}$$

と置いたとき、

$$H_R = H_{R0} e^{a\lambda^p} \quad (a > 0)$$

(注) α は繰返しにより値を変えるのでなければ H_{R0} に組み込んで定数としてもかまわない。

(注) 式(7.1.78)より $\frac{\partial \alpha}{\partial \xi} = \frac{A}{(A + B\xi)^2}$ に $\frac{\partial \alpha}{\partial \xi} = \frac{A}{(A + B\xi)^2} \rightarrow \xi = \frac{A\alpha}{1 - B\alpha}$ を代入し、 $\frac{\partial \alpha}{\partial \xi} = \frac{(1 - B\alpha)^2}{A}$ これを式(7.1.78)に代入し、

$$H_p^* = p \frac{\partial \alpha}{\partial \xi} \sqrt{\frac{2}{3} N_{ij}^* N_{ij}^*} = \frac{p(1 - B\alpha)^2}{A} \sqrt{\frac{2}{3} N_{ij}^* N_{ij}^*} \tag{7.1.99}$$

つぎに、ダイラテンシー係数をもとめる。応力-ダイラテンシー関係は次のように書ける。

$$d\epsilon_v = \tan v d\lambda^p \tag{7.1.100}$$

ここで、

$$\tan v = \eta_{ij} N_{ij}^{c*} - M \sqrt{\frac{2}{3} N_{ij}^* N_{ij}^*} \tag{7.1.101}$$

$$d\lambda^p = \frac{1}{H_p} N_{ij}^c d\sigma_{ij} \quad (7.1.102)$$

変相線を次のように定義する。

$$\sigma_e - Mp = 0 \quad (7.1.103)$$

大きなダイレタンスーは変相線の外側で、破壊に近づくとき起きる。すなわち、

$$\alpha_M > M \quad \text{かつ} \quad d\alpha_c < 0 \quad (7.1.104)$$

ここで、

$$\alpha_c = \frac{\alpha_e}{p} \Big|_{\sigma=\sigma_c} \quad \sigma_c \text{ は現在の応力点} \quad (7.1.105)$$

いま、

$$N_{ij}^c = \frac{2}{3\sigma_e} s_{ij} + \frac{1}{k} \delta_{ij} \quad (7.1.106)$$

と定義したとすれば、

$$d\alpha_c = N_{ij}^c d\sigma_{ij} \quad (7.1.107)$$

したがって、変相線内で載荷が生じているとき、

$$\tan \nu = -\eta_{ij} N_{ij}^{c*} - M \sqrt{\frac{2}{3} N_{ij}^* N_{ij}^*} \quad (7.1.108)$$

一方、変相線内で除荷が起こっているときおよび一般の場合、

$$\tan \nu = \eta_{ij} N_{ij}^{c*} - M \sqrt{\frac{2}{3} N_{ij}^* N_{ij}^*} \quad (7.1.109)$$

7.2 固有値解析

7.2.1 標準固有値問題への変換

多自由度系の非減衰自由振動に対する運動方程式は、質量マトリックスを $[M]$ 、剛性マトリックスを $[K]$ 、変位ベクトルを $\{u\}$ 、ドットを時間に関する微分を表すとすれば、次式で表せる。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (7.2.1)$$

ここで、変位 $\{u\}$ を次のように仮定する。

$$\{u\} = \{X\} e^{i\omega t} \quad (7.2.2)$$

式(7.2.2)を式(7.2.1)に代入し、 $e^{i\omega t} \neq 0$ を利用すれば、次式を得る。

$$(-\omega^2 [M] + [K])\{X\} = \{0\} \quad (7.2.3)$$

したがって、 $\{0\}$ でない解が成立する条件は係数行列式が次の条件を満たすことである。

$$|-\lambda [M] + [K]| = 0 \quad (7.2.4)$$

ここで、

$$\lambda = \omega^2 \quad (7.2.5)$$

式(7.2.4)が自由振動に関する固有値問題である。

一般に、式(7.2.4)は N 次 (N は構造自由度数) の多項式であり、 $[M]$ と $[K]$ の性質から、 N 個の正の解が得られる。すなわち、振動モードの数は N である。

DYNES では集中質量を用いているので、 $[M]$ は対角行列であり、次のように置くことができる。

$$[M] = [\eta][\eta] \quad (7.2.6)$$

ここで、

$$[\eta] = [\sqrt{m_{ij}}] \quad (7.2.7)$$

m_{ii} : i 番目の自由度に対する質量 (慣性モーメント)

である。式(7.2.6)を式(7.2.3)に代入し、左から $[\eta]^{-1}$ ($m_{ii} > 0$ なので、逆行列は存在する) を掛けると、

次式を得る。

$$(-\lambda[\eta] + [\eta]^{-1}[K])(X) = \{0\}$$

したがって、

$$(-\lambda[I] + [\eta]^{-1}[K][\eta]^{-1})([\eta]\{X\}) = \{0\} \quad [I] = [\eta]^{-1}[\eta] : \text{単位行列} \quad (7.2.8)$$

式(7.2.8)がすべて0でない解を持つ条件として、標準固有値問題が次式のように得られる。

$$[A] - \lambda[I] = 0 \quad [A] = [\eta]^{-1}[K][\eta] = [K_{ij}\sqrt{m_i m_j}] \quad (7.2.9)$$

7.2.2 モード比例減衰

減衰マトリックスとして最も精度の高いのは実際の減衰係数を計測し、係数として直接求める方法である。しかし、実際には材料の持っている減衰係数を直接求めることは困難であり、この方法が実務で用いられることはない。通常は実材料の減衰を直接求めるのではなく、間接的に求めている。すなわち、上部構造であれば、起振機などを用いて、または自由振動により系に強制的な振動を与え、その応答特性から系の減衰特性を評価している。そのような結果から得られた特性を減衰マトリックスに具現化する手法が、この節で述べられる手法である。

運動方程式を次のように表す。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\} \quad (7.2.10)$$

ここで、 $\{F\}$ は外力ベクトルである。ここでは、この方程式が完全に非連成化される、すなわち固有値解析が可能であると仮定し減衰マトリックスを求める。これは大きな仮定であり、実際の材料ではこのような事が成立しているという保証はない。また、このような仮定を用いない手法もあるが、ここでは検討しない。

固有値解析の結果を用い、変位ベクトルを固有ベクトルの重ね合わせとして次のように表す。

$$\{u\} = [\xi]\{q\} \quad (7.2.11)$$

ここで、

$$[\xi] = [\{X_1\}\{X_2\}\{X_3\}\dots\{X_n\}] : \text{モードマトリックス}$$

また、 $\{q\}$ はモード変位である。これらを式(7.2.10)に代入し、さらに左から $[\xi]^T$ を掛けると、次式を得る。

$$[\xi]^T[M][\xi]\{\ddot{q}\} + [\xi]^T[C][\xi]\{\dot{q}\} + [\xi]^T[K][\xi]\{q\} = [\xi]^T\{F\} \quad (7.2.12)$$

固有関数の直交性より、 $[\xi]^T[M][\xi]$ 、 $[\xi]^T[K][\xi]$ は対角マトリックスである。すなわち、

$$[\xi]^T[M][\xi] = [m_j]$$

$$m_j = \{X_j\}^T[M]\{X_j\} : \text{generalized mass}$$

$$[\xi]^T[K][\xi] = [k_j]$$

$$k_j = \{X_j\}^T[K]\{X_j\} : \text{generalized stiffness} \quad (7.2.13)$$

したがって、運動方程式(7.2.10)が非連成化する条件は、式(7.2.12)の第2項の係数が対角マトリックスであることである。すなわち、次式が成立することである。

$$[\xi]^T[C][\xi] = [c_j] \quad (7.2.14)$$

式(7.2.14)が成立すれば、式(7.2.12)は各モードごとの独立な微分方程式となり、次式となる。

$$m_j \ddot{q}_j + c_j \dot{q}_j + k_j q_j = ([\xi]^T\{F\})_j \quad (j=1 \rightarrow n) \quad (7.2.15)$$

式(7.2.15)を m_j で除し、 $\omega_j = \sqrt{m_j/k_j}$ (j 次の円振動数) の関係を用いると次式を得る。

$$\ddot{q}_j + 2h_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = f_j \quad (7.2.16)$$

ここで、

$$h_j = \frac{c_j}{2\omega_j m_j} \quad (7.2.17)$$

は各次モードに対する減衰定数である。すなわち、式(7.2.14)の関係を用いれば各次モードに対する減衰定数から減衰係数マトリックスを求めることが出来る。式(7.2.14)より、

$$[C] = ([\xi]^T)^{-1} [c_j] [\xi]^{-1} = ([\xi]^{-1})^T [2h_j \omega_j m_j] [\xi]^{-1} = ([\xi]^{-1})^T [m_j] [2h_j \omega_j] [\xi]^{-1}$$

式(7.2.13)より

$$\begin{aligned} ([\xi]^T [M] [\xi])^{-1} &= [m_j]^{-1} = [1/m_j] \\ \therefore [\xi]^{-1} &= [1/m_j] [\xi]^T [M] \\ ([\xi]^{-1})^T &= [M]^T [\xi] [1/m_j] \quad (\because [M] \text{ is diagonal}) \end{aligned}$$

これを上式に代入し、次式を得る。

$$[C] = [M] [\xi] [2h_j \omega_j] [1/m_j] [\xi]^T [M] \quad (7.2.18)$$

これが減衰マトリックスを求める式である。

つぎに、式(7.2.10)の外力ベクトルは次のように表せる。

$$\begin{aligned} \{F\} &= -[M] \{E\} \ddot{u}_g \\ f_i &= \frac{-\{X_j\}^T [M] \{E\}}{m_j} \ddot{u}_g = -\beta_i \ddot{u}_g \\ \beta_i &= \frac{\{X_j\}^T [M] \{E\}}{\{X_j\}^T [M] \{X_j\}} : \text{刺激係数} \end{aligned} \quad (7.2.19)$$

7.2.3 ひずみエネルギー比例減衰

前項の方法は各モードごとの減衰を与えた。モード減衰は系全体の挙動を指定することであり、個々の材料や要素の特性を直接反映されることは困難である。ここでは、モード比例減衰の大きさを各要素の減衰より求める方法の一つである、ひずみエネルギー比例減衰の求め方を示す。各モード変形により個材に蓄えられるエネルギーは次式で表わされる。

$$E_{j,k} = \frac{1}{2} \{X_k\}^T [k_j] \{X_k\} \quad (7.2.20)$$

個材の減衰エネルギーは

$$D_{j,k} = 4\pi h_j E_{j,k} \quad (7.2.21)$$

と表わされるので、個材の集合としての系の減衰エネルギーは次式となる。

$$D_k = 4\pi \sum_{j=1}^m h_j E_{j,k} \quad (7.2.22)$$

一方、系の全体としての減衰エネルギーは次式となる。

$$D_k = 4\pi h_k \sum_{j=1}^m E_{j,k} \quad (7.2.23)$$

両式の減衰エネルギーは等しいので、右辺を比較すると、モード減衰として次の式を得る。

$$h_k = \frac{\sum_{j=1}^m h_j \{X_k\}^T [k_j] \{X_k\}}{\{X_k\}^T [K] \{X_k\}} \quad (7.2.24)$$

7.2.4 弾性基盤に対する減衰マトリックス

これまでの議論では、剛基盤を仮定していた。すなわち、弾性基盤であると系の運動方程式の中に減衰項が入ってくるので(7.2.1)の様に書くことが出来ないわけである。減衰マトリックスを考慮した減衰マトリックスの作成方法も無いわけではないが、ここでは論じない。ここでは、次のような考えに基づき、減衰マトリックスを作成する。

簡単のため、減衰項のみを考える。すなわち、

$$\{\tilde{D}\}=[\tilde{C}]\{\tilde{u}\} \quad (7.2.25)$$

ここで、チルダのついてるのは、剛基盤に対する定式化で得られた結果であることを意味している。基礎式で見たように、弾性基盤では、支配方程式は解放基盤に対する相対変位で定義されている。すなわち、

$$\{u\}=\{\tilde{u}\}+\{I\}u_B \quad (7.2.26)$$

ここで、 u_B は基盤の変位である。式(7.2.26)を式(7.2.25)に代入する。

$$\{\tilde{D}\}=[\tilde{C}](\{u\}-\{I\}u_B)=[\tilde{C}]\{u\}-[\tilde{C}]\{I\}u_B \quad (7.2.27)$$

これで、基盤の自由度が現れた。減衰マトリックスが対象であることを考慮すると、弾性基盤に対する減衰マトリックスは次のように表される。

$$\{D\}=\begin{bmatrix} [C] & [C]\{I\} \\ \{[C]\{I\}\}^T & \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \{u\} \\ u_B \end{Bmatrix} \quad (7.2.28)$$

この状態では基盤の対する対角項はない。

8 バージョン情報

1.00	1995.5	Original version
1.01	1998.1	小さいバグの修正など
1.10	1998.3	大ひずみの構成則を最初に導入 CN1050
1.11	1998.3	地下水位の出力方法の変更
1.20	1998.5	拘束圧依存性構成則の追加。CN1040,CN1041 のバグの修正
2.00	2000.4	水平二方向 (3 次元)
2.10	2001.12	SIMelm, DYNES, STADAS の吉田モデルの構成則を同じ考え方に揃える。
2.11	2002.2	多自由度の自由度番号が欠けていたのを足す。ZZ4040 修正
2.2	2002.3	固有値解析およびモード比例減衰
2.21	2002.7	ZZ1041 を修正 (機能追加)
2.30	2002.10	ZZ1020, ZZ1040 で降伏応力以外に基準ひずみ入力も可能にした。 最大絶対速度が出力できるようにした。 地震波の入力の際、一度に全部を読み込むことにして、NSDIV 入力をなくした。
2.40	2002.12	不釣合力で、ダッシュポットの部分を二度考慮していたバグを修正。 基盤の変位の算出方法のバグを修正。
2.41	2003.2	固有値解析の出力で自由度が 1 の時だけ固有値の出力のバグを修正。 剛基盤の際、基盤の出力が出なかったのを修正。
2.50	2003.6	サブルーチン 107 を追加
2.60	2004.7	入力文にコメント行を可能にした。
2.61	2004.12	ZZ4040 で負の応力を可能にした。
2.70	2005.12	固有ベクトル計算で半無限地盤を可能にした。
2.71	2006.12	ZZ9020 のバグを修正 (NELHST のサイズの計算間違い)
2.72	2007.5	ZZ1070 の入力を修正 (マニュアル通りに)。ZZ1071 の Bugfix
2.73	2007.7	小さい外見上の修正
2.74	2008.1	安田・山口の式の適用範囲 0.07→0.007
2.75	2010.3	鉛直挙動の出力を可能に
2.76	2010.11	拡張 R-O モデルの追加
2.77	2023.09	ZZ9020 に機能追加。速度入力を可能に

参考文献

- 1) Hardin, B. O. and Drnevich, V. P. (1972): Shear modulus and damping in soils: design equations and curves, Proc. of the American Society of civil engineers, Vol. 98, No. SM7, pp. 667-692
- 2) Ishihara, K., Yoshida, N. and Tsujino, S. (1985): Modelling of stress-strain relations of soils in cyclic loading, Proc. 5th International Conference for Numerical Method in Geomechanics, Nagoya, Vol. 1, pp. 373-380, 1985
- 3) 吉田望, 辻野修一 (1993) : 多次元解析に用いる簡易な構成則, 第28回土質工学研究発表会平成5年度発表講演集, pp. 1221-1224
- 4) 吉田望, 辻野修一, 中島智樹, 矢野康明 (1993) : 多次元解析に用いる簡易な構成則 その2 ダイレクタンシーの考慮, 土木学会48回年次学術講演会講演概要集, 第3部, pp. 1218-1219
- 5) Yoshida, N. (1996): Initial stress effect on response of level ground, 11th WCEE, Acapulco, Mexico, Paper No. 1023
- 6) 吉田望, 規矩大義 (1997) : 液状化解析に用いる砂の体積変化特性モデルに関する検討, 第32回地盤工学研究発表会講演集, pp. 889-890
- 7) Ishihara, K. (1996): Soil Behavior in earthquake geotechnics, Oxford Science Publications, p.309
- 8) 吉田望, 辻野修一, 稲童丸征巳 : 液状化に伴う地盤沈下予測に関する基礎的研究、第29回土質工学研究発表会講演集、pp.859-860、1994
- 9) Yoshida, N., et al (1994): Behavior of Sand After Liquefaction, Proc., 5th U.S.-Japan Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifeline Facilities and Countermeasures Against Soil Liquefaction, Salt Lake City, pp.181-198
- 10) Gutierrez, M. (1989). Behavior of sand during rotation of principal stress direction, D. Eng. Thesis, University of Tokyo.
- 11) 福武毅芳, 大槻明 (1993) : ALISS による解析, 地盤の液状化対策に関するシンポジウム, 土質工学会, pp. 125-134
- 12) 港湾の施設の技術上の基準・同解説 (1989) , 日本港湾協会
- 13) 安田進, 山口勇 (1985) : 種々の不攪乱土における動的変形特性, 第20回土質工学研究発表会講演集, pp.539-542
- 14) 道路橋示方書・同解説 V 耐震設計編 (1985) (社)日本道路協会
- 15) 土質工学会 (1993) : 液状化対策の調査・設計から施工まで 第3章 液状化予測
- 16) 吉田望, 辻野修一, 石原研而 (1990) : 一次元非線形解析における土のせん断応力-せん断ひずみ関係のモデル化, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (中国) , pp.1639-1640
- 17) 建設省土木研究所 (1982) : 地盤地震時応答特性の数値解析法—SHAKE : DESRA—, 土研資料第1778号
- 18) 岩崎敏男, 常田賢一, 吉田清一 (1980) : 沖積粘性土の動的変形特性・強度特性について, 第15回土質工学研究発表会, pp. 625-628
- 19) 横田耕一郎, 龍岡文夫 (1982) : 不攪乱洪積粘土のせん断変形係数について, 土木学会第32回年次学術講演概要集, 第3部, pp.257-258
- 20) 岩崎敏男, 龍岡文夫, 高木義和 (1980) : 地盤の動的変形特性に関する実験的研究 (II) , 土木研究所報告153号の2 ; 足立, 龍岡, 新体系土木工学18, 技法堂出版, 1986
- 21) 国生剛治, 佐々木正美 (1980) : 繰返し三軸試験による不攪乱洪積砂の動的物性試験, 第15回土質工学研究発表会, pp.537-540
- 22) Kondner, R. L. (1963): Hyperbolic Stress-strain Response; Cohesive Soils, Proc. ASCE, SM1, pp. 115-143
- 23) Duncan, J.M. and Chang, C.Y., Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils, Proc. ASCE, Jour. of SM, Vol.96, No.SM5, pp.1629-1653, 1970
- 24) 国生剛治, 桜井彰雄 (1979) : MODIFIED HARDIN-DRNEVICH モデルについて, 土木学会第33回年次学術講演会講演概要集, 第Ⅲ部門, pp. 1181-1184
- 25) Finn, W. D. L., Lee, K. W., and Martin, G. R. (1977): An Effective Stress Model for Liquefaction, GED, ASCE, Vol. 103, No. GT6, pp. 517-533
- 26) Jennings, P. C. (1964): Periodic Response of a General Yielding Structure, Proc. ASCE, EM2, pp. 131-163
- 27) 深田泰夫 (1969) : 鉄筋コンクリート造建物の復元力特性に関する研究 (その1) Degrading stiffness tri-linear model の設定と応答計算, 日本建築学会関東支部学術発表会梗概集, 第40回,

pp.57-62

- 28) 野村設郎, 佐藤和英 (1976) : 地震応答に及ぼす鉄筋コンクリート造復元力特性とそのモデル化の影響 (その1) , 日本建築学会学術講演梗概集, pp.1273-1274
- 29) 武藤清 (1977) : 耐震設計シリーズ／応用編 構造物の動的設計, 丸善, pp.173-174
- 30) Yoshida, N., Kiku, H. and Suetomi, I. (1998): Earthquake response analysis under very severe earthquake, Proc. 2nd International Symposium on the Effect of Surface Geology on Seismic Motion, Yokosuka, Japan, Vol. 2, pp. 757-764
- 31) Tobita, Y. and Yoshida, N. (1994): An isotropic bounding surface model for undrained cyclic behavior of sand: limitation and modification, Proc., International Symposium on Pre-failure Deformation Characteristics of geomaterials, Sapporo, pp. 457-462