

地盤の地震応答解析の精度に対する手法の影響 EFFECT OF NUMERICAL METHODS ON ACCURACY OF EARTHQUAKE RESPONSE OF GROUND

吉田望¹, 澤田純男², 中村晋³

¹ 佐藤工業中央技術研究所, 主席研究員 工博

Yoshida Nozomu, Engineering Research Institute, Sato Kogyo, Nozomu.Yoshida@satokogyo.co.jp

² 京都大学防災研究所, 助教授 工博

Sumio Sawada, DPRI, Kyoto University, sawada@catfish.dpri.kyoto-u.ac.jp

³ 日本大学工学部, 助教授 工博

Susumu Nakamura, Faculty of Engineering, Nihon University, s-nak@civil.ce.nihon-u.ac.jp

SUMMARY

Accuracy of earthquake response analyses of ground is examined focusing on nonlinear behavior and modeling on damping. A conventional equivalent linear analysis is improved to reproduce nonlinear behavior better, and to consider frequency proportional damping. Mode proportional damping is installed in the nonlinear analysis. SHAKE overestimates peak acceleration and maximum stress, and underestimates amplification at high frequency. Rayleigh damping that is frequently used in the engineering practice underestimates high frequency response. Modal damping sometimes cause stability problem therefore special care is required. In conclusion, improved equivalent linear method and conventional nonlinear method can be used in practice except high frequency region.

キーワード: 地震応答, 非線形, 等価線形, Rayleigh 減衰, モード比例減衰

Key words: Earthquake response, Nonlinear, Equivalent linear, Rayleigh damping, Modal damping

1 はじめに

地盤の地震応答解析では非線形の考慮は必須である。非線形の考慮方法として材料特性の変化を逐次更新する非線形法と, 最大ひずみを参照して系の剛性と減衰を決める等価線形化法がよく用いられる。理論的には前者の方が精度が良いと考えられるが, 実状を見ると必ずしもそうではない。プログラムで用いられる構成則の適用性の限界やパラメータ決定法により結果が左右されるし, 数値計算の安定性のため Rayleigh 減衰を導入し, このため高周波数成分の応答が犠牲になるなどの問題がある。

一方, 等価線形化法は近似法であるが, 一次元重複反射理論と組み合わせると任意の位置で波形を与え任意の位置の入射波と反射波を求めるといふ, 非線形法ではできない実用的に重要な解析が可能である。また, 周波数に依存した特性を取り込むことも可能である。

両方で長短があるので, 実用的には二つの手法の長所を生かしながら使い分けていくのが良いと考えられる。とすれば, 両手法の解析上の精度を明らかにしておくのは工学

的には重要である。

非線形法と等価線形法の比較はこれまでも多く行われてきている。しかし, 後に論じるように, これまでの比較では, 手法の違いに起因する解析条件の違いを有したままを比較しており, 精度を論じるには明らかに問題もある。本論ではなるべく条件を合わせる試みを行い, それらを用いて比較解析を行い両手法の精度を検討する。

2 等価線形化法の欠点と改良法

SHAKE¹⁾に代表される等価線形化法の欠点は大きく二つある。一つは大ひずみ時のせん断応力と最大加速度の過大評価²⁾, もう一つは高周波部分に対する増幅特性の過小評価³⁾である。

前者は有効ひずみ γ_{eff} を最大ひずみ γ_{max} から求める際

$$\gamma_{eff} = \kappa \gamma_{max} \quad (1)$$

が用いられ, $\kappa=0.65$ が多く用いられることに起因している。Figure 1 で実線を設定した応力 - ひずみ関係, B に対

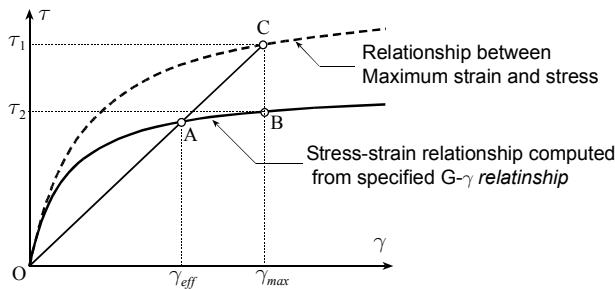


Figure 1 Schematic figure showing the mechanism how equivalent linear analysis overestimate maximum shear stress.

するひずみを最大ひずみとすると、等価線形化解析に用いられる剛性は図の OAC の直線となり、最大ひずみに対応するせん断応力は図の C となる。すなわち、最大ひずみ - 最大応力関係は図の波線となり、同じひずみに対してせん断応力を過大評価する。この過大評価の影響はせん断応力が設定モデルのせん断強度を超える付近から著しくなり、この結果最大加速度も過大評価される。

一方、後者は全周波数領域に対して同じ剛性と減衰を適用することが原因である。

前者の解決には α は 1.0 でなければならず、一方後者の解決には α は小さい値でなければならないので、現在の手法では両者を同時に改良することは困難である。

筆者の一人は、 γ_{eff} を周波数の関数として表すことにより二つの欠点を同時に改善する方法を提案した⁴⁾。すなわち、 γ_{eff} を γ_{max} とひずみ時刻歴で γ_{max} が発生したときのゼロクロス法で求めた周期の逆数としての周波数 f_p をパラメータとして次式で表す。

$$\gamma_{eff} = \gamma_{max} \left\{ 1 - \left(\frac{\log f - \log f_p}{\log f_e - \log f_p} \right)^m \right\} \quad f_p \leq f \leq f_e \quad (2)$$

なお上記以外の領域では γ_{eff} は γ_{max} と 0 で一定である。また、 f_e は弾性挙動を始める周波数、 m はパラメータであるがアレ記録のフィッティングから、 $f_e=15\text{Hz}$ 、 $m=2$ が適当とされている⁴⁾が、ここでは後に述べる非線形解析のひずみ時刻歴から $f_e=8\text{Hz}$ とする。実記録への適用性については文献 4) に示されているのでここでは述べない。

3 逐次積分法における減衰

逐次積分法による解析では、減衰の要因は大きく三つある。一つは地盤材料の非線形性により発生する履歴減衰であり、応力 - ひずみ関係の中で自然と考慮される。もう一つは数値積分法に起因する見かけの減衰であり、例えば液状化解析によく用いられる Wilson の θ 法はかなりの減衰を示すことが知られている。最後は人為的に速度比例項として導入される減衰である。実務では減衰項は例えば地下逸散減衰の影響を内部減衰として表現するなど、応答の調整用として用いられることも多いし、非常な非線形挙動を示す際に発生することのある数値計算の不安定化を避け

るために用いられることも多く、この減衰は重要である。

地盤の地震応答解析では速度比例減衰には、Rayleigh 減衰が非常に多く用いられる。すなわち、質量マトリックス $[M]$ と剛性マトリックス $[K]$ より減衰マトリックス $[C]$ を次のように作成する。

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3)$$

Rayleigh 減衰の効果はモードに依存し、 i 次のモードによる減衰 h_i は円振動数 ω_i の関数として次のように表される。

$$h_i = \alpha / (2\omega_i) + \beta\omega_i / 2 \quad (4)$$

係数 α 、 β の決め方についてはここでは言及しないが、数値計算の安定のためには剛性比例減衰が重要で、一次モードに対して数%の減衰が用いられることもある。ところで剛性比例減衰では周波数に比例して減衰が大きくなるので、高振動領域では減衰は非常に大きくなり過減衰になり、高振動領域の増幅が非常に小さくなる⁵⁾。このことは、地盤の破壊などを求めるケースでは余り重要ではないが、地震応答解析で得られた波形を高振動数も重要な構造物の入力に用いる場合には問題となる。

Rayleigh 減衰は人為的な減衰であり、実現象との対応は明らかではない。また、任意に与えられるパラメータが二つだけであるので、細かい制御はできない。より実状に近い表現が可能な減衰としてモード比例減衰がある。すなわち、減衰項を含む多自由度系の運動方程式が減衰のない運動方程式の固有値解析と同じように、非連成化できると仮定することにより、各モードごとの減衰 h_i より減衰マトリックスを次のように作成することができる⁶⁾。

$$[C] = [M][\xi][2h_i\omega_i][1/m_i][\xi]^T[M] \quad (5)$$

ここで、 $[\xi]$ は固有ベクトルを並べたマトリックス、 $[2h_i\omega_i]$ は $2h_i\omega_i$ を対角とするマトリックス、 $[1/m_i]$ は一般化質量 $m_i = \{\xi_i\}^T [M] \{\xi_i\}$ の逆数が対角項のマトリックスである。

4 計算条件と精度比較の方針

実務で多く用いられている一次元の地震応答解析手法は、SHAKE に代表される等価線形化解析と Rayleigh 減衰を用いた非線形解析である。しかし、これまでに述べたように、SHAKE では応力 - ひずみの再現性と高振動数成分の増幅特性に問題がある。一方、非線形法では Rayleigh 減衰のため高振動数の減衰が過大に評価される可能性がある。従って、両者を比較するといっても、個々の要因の差がわからなければ詳細な検討はできない。

ここでは、等価線形化法については 2 節に述べた改良された等価線形法を用い、さらに Rayleigh 減衰のうち剛性比例減衰と同じような形で周波数に比例する減衰を次の様に導入する。

$$h = \beta\omega / 2 \quad (6)$$

ここで、式(4)はモードごとに減衰を規定しているので、円振動数 ω の関数として与えられている式(6)とは厳密には同じではないことに注意が必要である。

解析には DYNEQ⁷⁾を改良して用いる（なお、プログラムは <http://boh0709.hoops.livedoor.com> で公開）従来の等価線形化法に基づく解析も DYNEQ を用いて計算するが手法を表すために解析結果は SHAKE と呼ぶことにする。

非線形解析は地盤の静的・動的汎用プログラム STADAS⁸⁾から成層地盤の地震応答解析部分を切り出したプログラム DYNES を用いる。

解析ケースを Table 1 に示す。上段が手法でそれを以下では下段に示したように引用する。なお、Conventional として示したのがこの節の最初で示した実務で普通に用いられる手法、Improved は 2 節で示した改良法、Modal damping は減衰項をモード比例減衰としたもの、Frequency proportional damping は Improved にさらに式(6)で示した減衰を加えたものである。

解析モデルおよび入力地震動は文献9)に示されるものを用いる。対象サイトは東京都心の地盤をモデル化したものであり（地盤構造は後に最大応答値とともに示す）、地震動はこのサイトのレベル 2 地震動をターゲットとして作られた模擬地震動（時間増分 $\Delta t=0.04$ 秒、継続時間 120 秒）である。Figure 2 に主要動部分の波形を示す。なお、地震動は解放基盤波形として定義されているが、前に示したモード比例減衰は剛基盤でしか定義されていないので、Figure 2 の波形を基盤複合波として作用させた。複合波は一般には解放基盤波よりは小さいがここでは著しい非線形領域までの挙動を見るために大きめの値を用いた。

応力 - ひずみ関係は、等価線形、非線形のいずれにも双曲線モデルを用いた。また、文献 9)に比べ地表の 3 層（GL-2.5m まで）については拘束圧依存性を剛性、強度の両方に考慮している。

次に述べる等価線形解析の弾性解析および固有値解析から系の一次固有周期は 0.418 秒であった。Rayleigh 減衰および周波数依存減衰を考慮する際にはこれに対して 2% の減衰を考慮する。Rayleigh 減衰では質量比例減衰は考慮せず、剛性比例減衰のみを用いるので剛性比例減衰と読んでも良いが、ここでは Rayleigh 減衰で引用する。

5 弾性応答の比較

まず、基本的な性格を把握するために弾性解析を行う。等価線形化法では一定減衰 2%（Const と引用）、および周波数比例減衰を考慮する。また、非線形法では Rayleigh 減衰を考慮する。なお、非線形法では時間増分を 1/10 に細分化して計算を行った。

解析に先立ち、固有値解析を行ったところ、1~3 次の固有周期は 0.418、0.162、0.098 秒であり、等価線形化法の増幅比のピークから読みとった卓越周期もほとんどこれと同じであったことから、二つの系は同じモデル化が行われていると判断できる。Figure 3 に固有ベクトルを示す。

Figure 4 に最大加速度と最大ひずみを比較して示す。周波数比例減衰と Rayleigh はほぼ同じ応答であるが、一定減衰はこれに比べ全般的に最大加速度も大きいし、最大ひ

Table 1 Parameters for analysis

Equivalent linear	Nonlinear
Improved DYNEQ	Modal damping Modal
Conventional SHAKE	—
Frequency proportional damping Freq. prop.	Conventional Rayleigh

Note. Each method will be referred as in the second line.

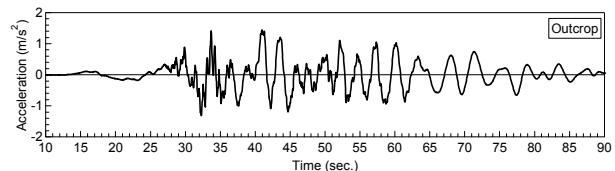


Figure 2 Input earthquake

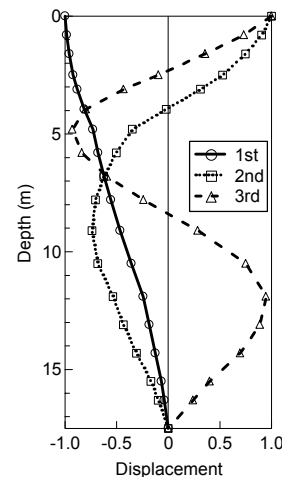


Figure 3 Eigen vectors

ずみも大きい。加速度時刻歴の違いを見るために、地表の加速度時刻歴を比較したのが Figure 5 である。図の上段は主要動部分を比較したものであるが、この図からは三つの手法の差はほとんど見る事ができない。そこで、応答のもっとも大きい 30~35 秒の部分さらに拡大したのが下段である。周波数比例減衰と Rayleigh 減衰がほとんど同じ応答となっている。一定減衰の応答も全体的にはほとんど同じであるが、極大応答となるとところで少しずつ応答が大きくこれが最大加速度の差となって現れたわけである。

一定減衰の方が大きい加速度を示すのは、一次振動数より大きい振動数領域では一定減衰が小さい減衰となっているためと考えられる。増幅の程度を見るため、Figure 6 に地表の基盤に対する増幅比を示す。ここで逐次積分の応答にはバンド幅 0.8Hz の三角ウィンドウによりスペクトルを平滑化している。卓越振動数（2.4Hz）より低周波数領域では増幅はほとんど同じ値で図から区別することはできない。2.4Hz のピークの高さもほとんど一致している。しかし、高周波数領域にはいると差が現れ始め、一定減衰がもっとも増幅が大きく、Rayleigh 減衰がもっとも増幅が小さい結果となっている。

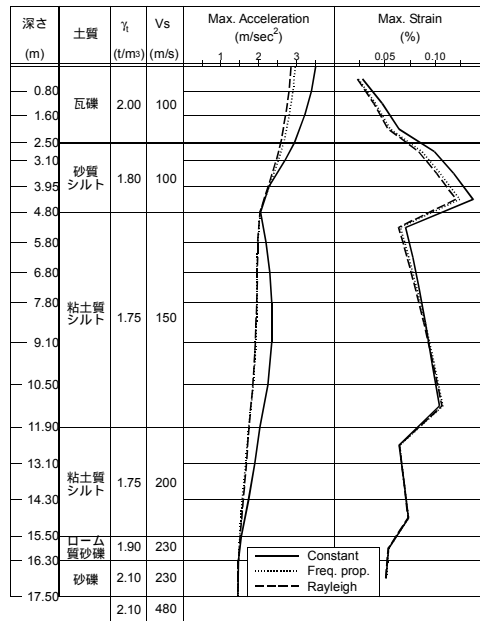


Figure 4 Maximum response

最後に、地表の加速度波形から計算した加速度応答スペクトルを Figure 7 に比較して示す。4Hz より低振動数領域では応答はほとんど重なっており区別できないが、4 Hz より高振動数領域では差が現れ始める。すなわち、周波数比例減衰と Rayleigh 減衰はほとんど同じ応答となっているが、一定減衰はこれより相対的に大きい値となっている。7Hz 付近の一定減衰の応答は他の応答に比べ倍程度の値となっており、この振動数領域では減衰の設定が結果に大きく影響することがわかる。

6 非線形応答の比較と考察

6.1 非線形解析の時間増分

Figure 8 は全モードに対して 2% のモード減衰を与えた非線形解析で得られた最大加速度を比較している。入力となる加速度時刻歴は 0.04 秒間隔で与えられているが、この時間増分では最大加速度は 10^{40} 以上の値となり、数値解析的に発散はしないまでも実用的には意味のない応答となった。そこで、時間増分を 1/10, 1/50, 1/200 とする計算を行ったところ、1/50 ($\Delta t=0.0008$ 秒) と 1/200 ($\Delta t=0.0002$ 秒) はほとんど同じ結果となったが、1/10 ($\Delta t=0.004$ 秒) では一部の加速度は大きくなった。また、1/8 ($\Delta t=0.005$ 秒) では図に示すように下層付近で大きな値となった。

逐次積分型の数値積分(ここでは Newmark の β 法を用いている)では、各増分間計算では入力が衝撃力として与えられるが、減衰が小さいとこれが加速度応答に直接的に反映し、加速度にパルスが現れる(例えば文献10参照)。このパルスは通常は自由振動として急速に減衰するし、その他の応答には影響を与えない(この計算でも図上で判別できない程度の差が生じなかった)。しかし、パルスが隣

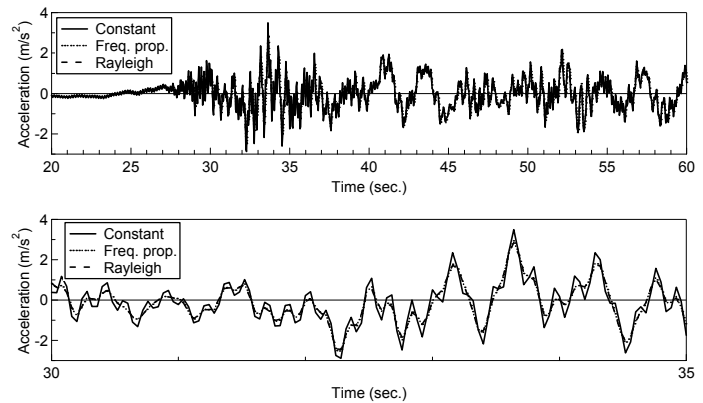


Figure 5 Acceleration time histories at ground surface (top: main shock part; bottom: closed up)

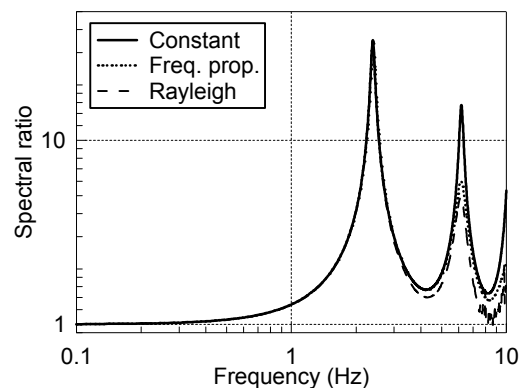


Figure 6 Amplification ratio

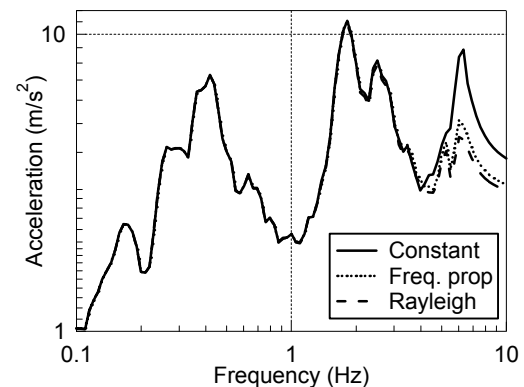


Figure 7 Response spectrum (5% damping)

接要素の挙動に影響を与えるようになると数値計算の不安定化の原因となる。

このようなパルスを超えるには高振動数での減衰を大きくするのが一つの数値解析的な解決策であり、地盤の解析で Rayleigh 減衰が用いられる理由の一つとなっている。実際、Rayleigh 減衰を用いた解析では時間増分にそのままの値を用いたケースでは一部に過大評価があったが増分を 1/2 ($\Delta t=0.02$ 秒) にしたケースでは安定した結果が得られており、Rayleigh 減衰が効果を発揮している。

このような事情から、以下の解析では Rayleigh 減衰のケースに対しては時間増分を 1/10、モード比例減衰のケースに対しては時間増分を 1/50 分割して計算を行った。

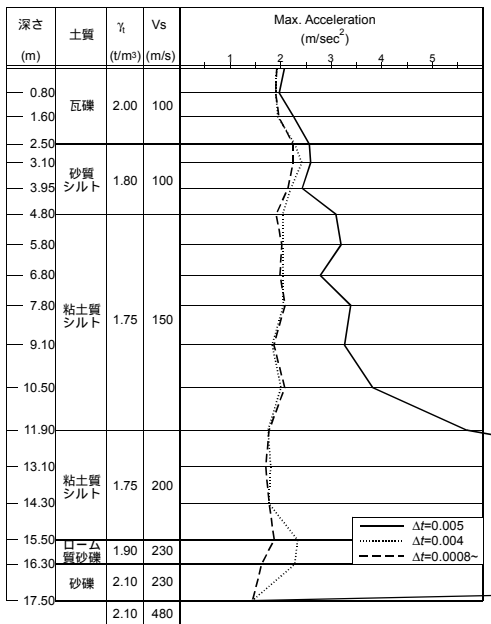


Figure 8 Comparison of peak acceleration under different time increment in nonlinear analysis with modal damping

6.2 非線形解析の比較

Table 1 に示す 5 つのケースを解析する。ここで、DYNEQ では履歴減衰のみを考慮する。Figure 11 に最大応答値をまとめて示す。最大加速度では SHAKE が地表付近で大きいこと、モード比例減衰が下部で大きいことを除けば全体に同じようなオーダーである。一方、変位は非線形解析の方が大きい、これは下方でひずみが大きいからである。

最大の非線形は第 3 層で起こり、最大値は約 1% であるが、手法により 0.4 ~ 1% と差があり、地中構造物の解析に応答変位法を用いるような場合には変位を計算する手法により結果に大きな差が発生することが予想される。また、同じような手法を比べた場合、減衰が小さい方がひずみが大きい、改良等価線形化法が非線形法よりひずみが大きい。SHAKE はひずみも一番小さい。

SHAKE の最大加速度と最大せん断応力の応答が大きいのは 2 節に示したメカニズムのためである。このことをより明らかにするために、ひずみの大きい第 3 層 (GL-1.6 ~ 2.5m) の応力ひずみ関係を比較して Figure 10 に示す。

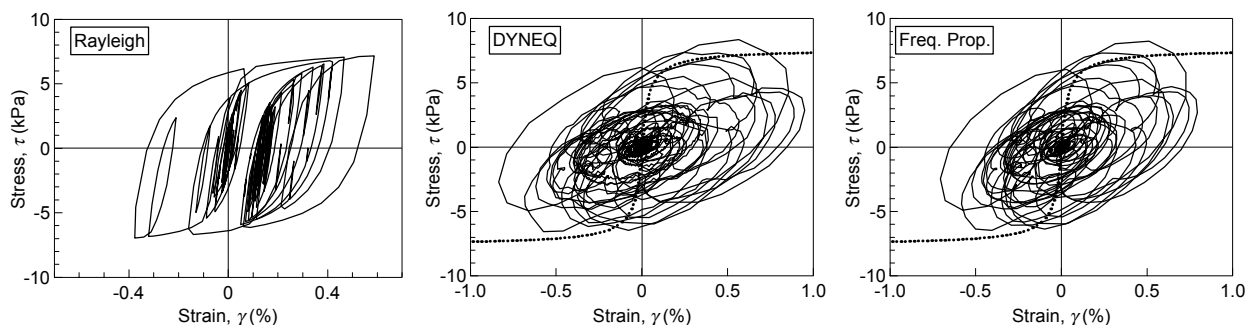


Figure 10 Stress-strain relations in 3rd layer

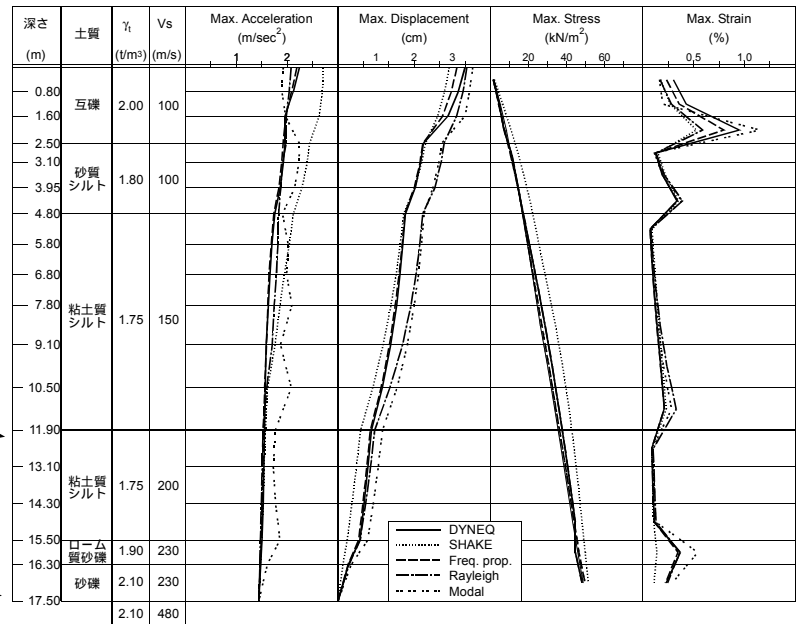


Figure 9 Peak response in various nonlinear analysis

二つの等価線形解析では入力した応力 - ひずみ関係が波線で示されているが、SHAKE のせん断応力は設定値より非常に大きい。また、Figure 11 の上段には SHAKE と DYNEQ の加速度時刻歴を比較しているが、SHAKE の過大評価は極大値付近で発生している。

DYNEQ と Rayleigh の応力 - ひずみ関係は相当に形状が異なっている。これは、Rayleigh 減衰の結果から分かるように応力 - ひずみ関係はほとんど水平で減衰が極端に大きくなっているためである。非線形法とは異なり、等価線形法では履歴曲線が楕円型となるので余りに減衰が大きいとこのような結果になるのはやむを得ない。

Figure 11 には他のケースの比較も示されている。中段の周波数比例減衰と Rayleigh 減衰の比較では波形はピーク値を含めよく似ている。また、下段の周波数比例減衰とモード比例減衰の応答もよく似た応答となっている。

Figure 12 には地表と基盤のスペクトル比を、Figure 13 には地表の加速度時刻歴から計算した加速度応答スペクトルを比較して示す。SHAKE では高周波数領域で急激に増幅が小さくなることは明瞭に見ることができる。また、非線形法の増幅が等価線形化法の増幅より大きいのは、文献 5 と同じ傾向である。すなわち、Rayleigh 減衰を用いた

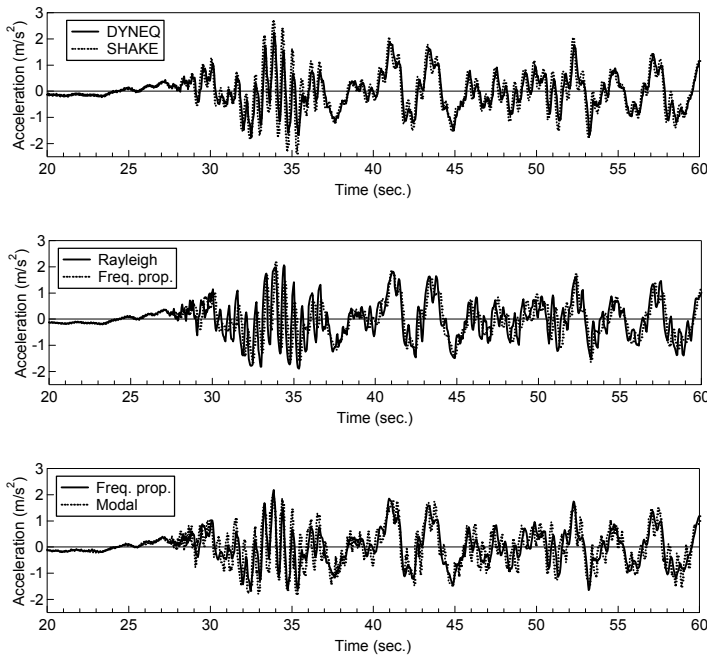


Figure 11 Comparison of acceleration at ground surface

解析では弾性や弾性に近い応答では Figure 6 に示したように等価線形より増幅は小さいが、非線形の程度が激しくなるに従い高振動数成分の増幅が大きくなる。実際、Figure 6 と Figure 12 を比較すると Figure 12 の方がスペクトル比の値が大きくなっている。これについてはさらに詳細な検討が必要であろう。ただし、いずれのケースでも卓越周期を少し越える付近より小さい周波数領域では応答スペクトルでは大きな差はない。

7 まとめ

等価線形化法と非線形法を解析条件が同じになるようにして比較した。1 ケースのみの検討であり、断定的な結論を出すのは困難であるが、次のようなことがいえる。

地盤の卓越振動数より低周波領域では応答スペクトルは手法によらず同じである。

SHAKE は最大加速度を過大評価するなど実現象の再現という観点では一番劣る。

最大ひずみは手法により異なるが、非線形法の方が大きい。

このような状況を考えて、低周波領域の応答を問題にするのであれば手法によらない、高振動数まで要求するのなら改良された等価線形法や非線形法が、ひずみも問題にするのであれば非線形法が好ましいといえよう。

参考文献

- 1) Schnabel, P. B., Lysmer, J. and Seed, H. B.: SHAKE A Computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, Report No. EERC72-12, University of California, Berkeley, 1972
- 2) 吉田望：実用プログラム SHAKE の適用性，軟弱地盤における地震動増幅シンポジウム発表論文集，土質工

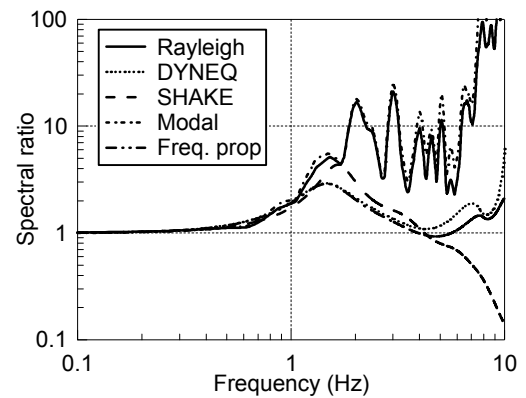


Figure 12 Spectral ratios under nonlinear analysis

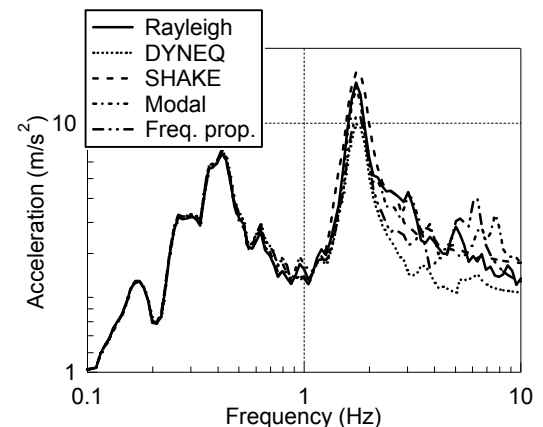


Figure 13 Response spectrums (5% damping)

学会，pp. 14-31，1994

- 3) 杉戸真太，合田尚義，増田民夫（1994）：周波数特性を考慮した等価ひずみによる地盤の地震応答解析法に関する一考察，土木学会論文集，No. 493/III-27，pp. 49-58
- 4) Yoshida, N., Kobayashi, S., Suetomi, I. and Miura, K.: Equivalent linear method considering frequency dependent characteristics of stiffness and damping, Soil Dynamics and Earthquake Engineering (掲載予定)
- 5) 吉田望，末富岩雄，加藤伸英，三浦均也（1997）：地震応答解析における等価線形法の有効性に関するパラメータスタディ，第 32 回地盤工学研究発表会講演集，pp. 877-878
- 6) 武藤清，小林俊夫（1977）：原子炉施設の耐震設計に慣用されている各種減衰理論の比較研究，日本建築学会論文報告集，第 255 号，pp. 35-45
- 7) 吉田望，末富岩雄（1996）：DYNEQ：等価線形法に基づく水平成層地盤の地震応答解析プログラム，佐藤工業（株）技術研究所報，pp. 61-70
- 8) Yoshida, N. (1993): STADAS, A computer program for static and dynamic analysis of ground and soil-structure interaction problems, Report, Soil Dynamics Group, The University of British Columbia, Vancouver, Canada
- 9) 性能評価に基づく各種設計荷重の指針（案）報告書，（社）建築研究振興協会，1998
- 10) 吉田望（1998）：有効応力解析は実現象をシミュレート出来るか，建築基礎の設計施工に関する研究資料 4、液状化地盤における基礎設計の考え方、日本建築学会構造委員会基礎構造運営委員会編、日本建築学会、pp. 47-92