

## 地盤材料の脆性挙動を対象とした土の構成モデル

構成モデル 脆性挙動 引張り軟化

東北学院大学大学院工学研究科 学生会員 ○菅原 光哉  
 東北学院大学大学院工学研究科 国際会員 飛田 善雄  
 東北学院大学大学院工学研究科 正会員 吉田 望  
 東北学院大学工学部 正会員 山口 晶

## 1. はじめに

土の脆性挙動に関する研究は、設計において引張り強度が必要とされないためにほとんどされてこなかった。しかし、土の脆性挙動は、地盤の破壊問題や実務において重要である。土の脆性挙動を把握し、適切な構成モデルを構築し、適切に数値解析に適用できれば、土構造物の静的安定・地震時安定に対して新たな知見を与える事も可能といえる。本研究では、地震時のような繰返し載荷時における脆性挙動の表現を試み、その結果について考察を行う。また、本論文では引張りを正とする。

## 2. 脆性挙動を表現する構成モデル

脆性挙動を考える場合、土はコンクリートと極めて類似した性質をもち、さらにコンクリートは実験的研究、モデルに対する研究、数値解析手法の研究が進んでいる。その中で提案されているモデルより、Ortiz[1]により提案されたモデルを基本として検討を行う。Ortiz モデルは熱力学に基づくモデルであり、土への適用を考えた場合に最も可能性の高いモデルと考えられる。

## 3. Ortiz モデル

Ortiz モデルは、混合体理論を用いてモルタル(脆性)と粗骨材(塑性)の相互作用を加味したモデルである。ここでは、脆性部分のみを対象とした。

Ortiz モデルの一番の特徴は、引張り応力場と圧縮応力場の両方で脆性挙動を表現できることである。それを可能にするための第一の工夫は、応力を引張り成分  $\sigma^+$  と圧縮成分  $\sigma^-$  に分けて考えている。引張りではモード I のクラック開口、圧縮ではモード II のクラックに沿うすべりに対応している。第二の工夫は式(1)で定義される損傷関数である。

$$\Phi(\sigma, \mu) = \frac{1}{2} \sigma^+ : \sigma^+ + \frac{1}{2} c \sigma^- : \sigma^- - \frac{1}{2} t^2(\mu) = 0 \quad (1)$$

式(1)では交差効果係数(cross effect coefficient)と呼ばれるパラメータ  $c$  1つで圧縮応力場と引張り応力場の脆性挙動の違いを表現している。また、 $t(\mu)$  は損傷の進展に関する限界応力である。ここで、限界応力  $t(\mu)$  は式(2)で表される。

$$t(\mu) = t^+(\mu) + t^-(\mu) \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} t^+(\mu) &= f_t \exp \left\{ \frac{\log(1 + E^0 \mu)}{1 + E^0 \mu} \right\} \\ t^-(\mu) &= f_t \exp \left\{ \frac{\log(1 + cE^0 \mu)}{1 + cE^0 \mu} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ここで、 $E^0$  はクラックの無い状態でのヤング係数である。 $\mu$  は損傷の累積を表すパラメータであり、その速度形式は式(4)で表される。

$$\dot{\mu} = \frac{\mathbf{s} : \mathbf{D} : \dot{\boldsymbol{\epsilon}}}{\mathbf{s} : \mathbf{D} : \mathbf{s} + t(\mu)t'(\mu)} \quad (4)$$

Ortiz モデルでは、4階の弾性コンプライアンステンソルそれ自身を材料の損傷の程度を表現する内部変数としている。弾性コンプライアンステンソルを、非損傷部分と損傷部分、さらに、モード I とモード II に対応するように次のような加算分割を行う。

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \mathbf{C}^0 + \mathbf{C}^c ; \mathbf{C}^c = \mathbf{C}_I^c + \mathbf{C}_{II}^c \\ \mathbf{C}^c &= \mathbf{p}^+ : \bar{\mathbf{C}}_I^c : \mathbf{p}^+ + \mathbf{p}^- : \bar{\mathbf{C}}_{II}^c : \mathbf{p}^- \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{p}^+$  ( $\mathbf{p}^-$ ) は引張り (圧縮) 応力のみを選択する操作であり、 $\mathbf{p}^+ = \mathbf{0}$  ( $\mathbf{p}^- = \mathbf{0}$ ) のとき、すなわち全ての応力主値が圧縮(引張り)であるときには、 $\mathbf{C}_I^c = \mathbf{0}$  ( $\mathbf{C}_{II}^c = \mathbf{0}$ ) となることを意味している。

全てのクラックが活性な場合の損傷コンプライアンスの発展則はそれぞれ次のように与えられる。

$$\dot{\bar{\mathbf{C}}}_I^c = \dot{\mu} \frac{\boldsymbol{\sigma}^+ \otimes \boldsymbol{\sigma}^+}{\boldsymbol{\sigma}^+ : \boldsymbol{\sigma}^+} ; \dot{\bar{\mathbf{C}}}_{II}^c = c \dot{\mu} \frac{\boldsymbol{\sigma}^- \otimes \boldsymbol{\sigma}^-}{\boldsymbol{\sigma}^- : \boldsymbol{\sigma}^-} \quad (6)$$

式(5)の逆を求めることで、損傷の影響を考慮した剛性テンソルが得られる。

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}^{-1} \quad (7)$$

応力速度と弾性ひずみ速度の関係式より式(8)が得られる。

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{D} : (\dot{\boldsymbol{\epsilon}} - \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^c) ; \dot{\boldsymbol{\epsilon}}^c = \dot{\mu} \mathbf{s} \quad (8)$$

式(1)~(8)より、次式で定義される応力速度-ひずみ速度関係が得られる。

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left[ \mathbf{D} - \frac{(\mathbf{D} : \mathbf{s}) \otimes (\mathbf{D} : \mathbf{s})}{\mathbf{s} : \mathbf{D} : \mathbf{s} + t(\mu)t'(\mu)} \right] : \dot{\boldsymbol{\epsilon}} ; \mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma}^+ + c \boldsymbol{\sigma}^- \quad (9)$$

#### 4. 計算結果

Ortiz モデルを用いて一軸状態での引張りと圧縮の繰返し載荷時の計算を行った。材料定数は、ヤング係数  $E = 100(\text{MPa})$ ，ポアソン比  $\nu = 0.2$ ，引張り強度  $f_t = 0.018(\text{MPa})$ ，圧縮強度  $f_c = 0.18(\text{MPa})$ ，交差効果係数  $c = 1/100$  とした。

図 - 1 に一軸状態で、引張りから除荷、圧縮から除荷の1サイクルでの応力 - ひずみ関係と2サイクルでの応力 - ひずみ関係を示す。2サイクルにおける計算結果は除荷時の経路から再載荷時の経路が離れていく様な結果となっている。再載荷時の経路が離れていく計算結果は、実験事実には見られない傾向である。

ここでは、引張り応力場についての実験が不足しているため、再載荷時には損傷が進展せず、除荷時と同じ経路を辿ると仮定して計算を行った。さらに、除荷時の応力履歴を残し、再載荷時の応力がその応力に達したときに損傷が再び進展するようにした。図 - 2 に改良を行った引張り応力場での繰返し載荷の応力 - ひずみ関係を示す。

Ortiz モデル(脆性のみ)は、ヒステリシス挙動の表現に問題があった。そこで、圧縮応力場におけるヒステリシス挙動を表現するために塑性ひずみを取り入れて計算を行った。しかし、Ortiz モデルの弾性劣化の影響が大きすぎるため、塑性の影響が少なく、ヒステリシス挙動を表現できなかった。そのため、図 - 3 に示す実験結果[2]を十分に表現できなかった。

図 - 3 に示す実験結果には、除荷と再載荷の直後の挙動に線形関係が見られる。そこで、圧縮応力場におけるヒステリシス挙動を表現するために除荷時と再載荷時に損傷を受けていないヤング係数を利用し、除荷と再載荷の進展と共に損傷を受けた弾性を補間することで圧縮応力場における脆性挙動の表現を行った。図 - 4 に圧縮応力場におけるヒステリシス挙動の表現を試みた計算結果の応力 - ひずみ関係を示す。

#### 5. まとめ

繰返し載荷時の脆性挙動の表現を試み、数値計算を行った。繰返し載荷時におけるモデルの可能性について以下に示す。

- 引張り応力場の脆性挙動の表現は実験結果が少ない。再載荷時に損傷が進展しないとすることで現時点では表現できた。
- 圧縮応力場では弾性劣化と塑性を組み合わせたが、実験での挙動を十分に表現できず、損傷を受けていないヤング係数と損傷を受けた弾性を補間することで表現が可能であると考えられる。

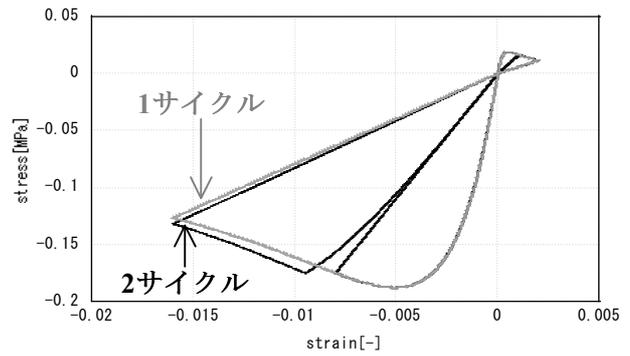


図 - 1 応力 - ひずみ関係

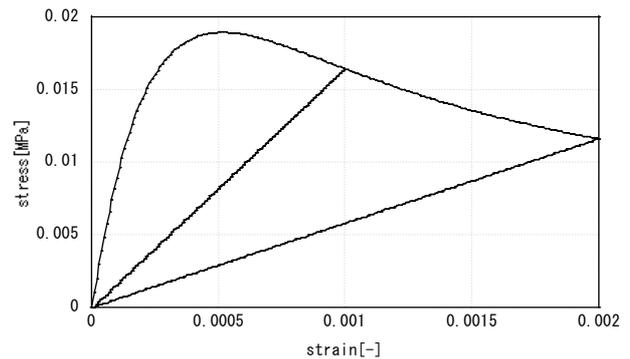


図 - 2 引張り応力場の応力 - ひずみ関係

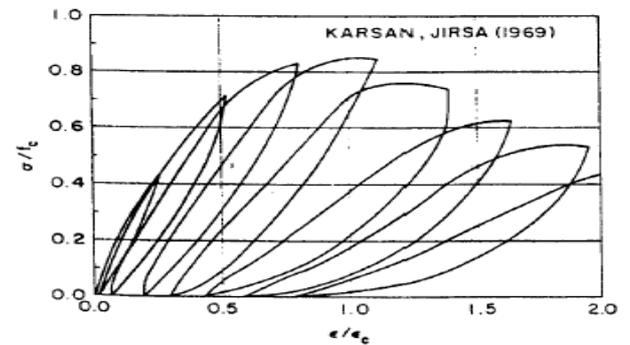


図 - 3 除荷と再載荷の実験データ

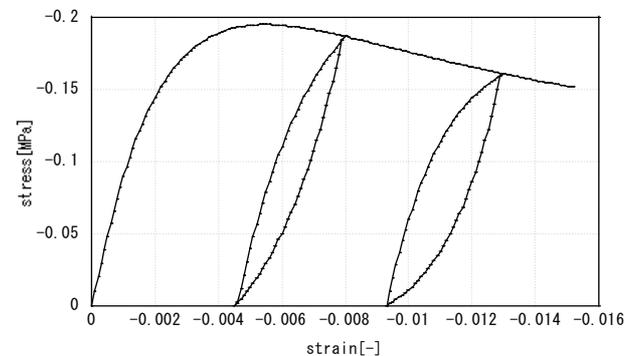


図 - 4 圧縮応力場の応力 - ひずみ関係

#### 参考文献

- [1] Ortiz.M: A constitutive theory for the inelastic behavior of concrete, Mechanics of Materials 4, pp67-93, 1985
- [2] Karsan, D. and J.O.Jirsa: Behavior of concrete under compressive loading, J. Struct. Div. ASCE95, 2543, 1969