

## 密度依存性・初期異方性を考慮した砂の弾塑性モデルの検証

Keywords: 弾塑性モデル, 密度依存性, 初期異方性

東北学院大学 国際会員 飛田善雄 吉田 望  
正会員 山口 晶  
学生会員 三塚保法

## 1 はじめに

非線形数値解析による精度のよい予測が必要となり、構成モデルの提案が続いている。解析の実務では簡単に使いやすく、適用性の広い構成モデルが望まれるため、応力の不変量で構成される弾塑性モデルがよく用いられる。しかし、この様な不変量に基づくモデルでは材料の等方性を仮定しているため、異方性は表現できない。一方、実地盤では堆積の過程で異方性を持ち、また、載荷に伴っても異方性が変化する。異方性の有無によって応力-ひずみ関係が異なるという実験<sup>1)</sup>も報告されていることから、異方性は地盤の解析において重要な特性の1つとして考えられる。

砂のような粒状体は粒子長軸の分布によるものと、粒子接点の分布によるものがあり、粒状体の異方性は初期異方性(長軸分布)と応力誘導異方性(粒子接触分布)とに分けて議論することが多い。

本研究では、初期異方性のみを対象とし、異方性を表現する目的で構造テンソルを定義した。そこで、材料の異方的挙動を表現する目的で修正応力法<sup>2), 3)</sup>を用いた。この修正応力法を密度・拘束圧依存性を取り入れた Li and Dafalias(2000)<sup>4)</sup>が提案したモデルに導入し、初期異方性が応力-ひずみ関係および有効応力経路に与える影響を検討した。

## 2 Li and Dafalias(2000)モデルの特徴

Li and Dafalias(2000)<sup>4)</sup>は、密度および拘束圧の影響を取り入れたモデルを提案した。このモデルは三軸圧縮単調載荷挙動を精度よく表現している。このモデルの主な特徴として、限界状態の概念、変相線の密度・拘束圧依存性の表現、応力-ひずみ曲線の密度・拘束圧依存性の表現があげられる。砂を様々な初期間隙比から様々な方法でせん断した場合、最終的に、拘束圧  $p'$  とせん断応力  $q$  は、 $q = Mp'$  で指定される直線上に位置し、体積変化は生じないことになる。このときの最終的な状態での間隙比を限界間隙比  $e_c$  と定義する。この限界間隙比  $e_c$  と拘束圧  $p'$  の関係は一意的に定まるとする概念を限界状態の概念という(限界状態の有無はここでは問わない)。

Li and Dafalias(2000)による状態変数  $\psi$  は以下の様に表現できる。

$$\psi = e - e_c = e - \left[ e_r - \lambda_c (p'/p_a)^\zeta \right] \quad (1)$$

ここで  $e_r$  は  $p' = 1kPa$  における限界間隙比、 $p_a$  は大気圧、 $\lambda_c$  と  $\zeta$  は物性パラメータである。

Li and Dafalias(2000)によると状態変数  $\psi$  は時々刻々と変化し、 $\psi$  を更新することで様々なパラメータに影響を与える。Li and Dafalias(2000)は、 $\psi$  に依存するように

ダイレイタンシー係数  $d$  と、硬化関数  $K_p$  を次の様に定めている。

$$d = \frac{d_0}{M} (M \exp(m\psi) - \eta) \quad (2)$$

ここで  $M$  は限界状態の応力比、 $d_0$  は基本的なダイレイタンシー係数、 $\eta$  は現在の応力比、 $m$  は正の定数である。

$$K_p = \frac{hG \exp(n\psi)}{\eta} (M \exp(-n\psi) - \eta) \quad (3)$$

$$h = h_1 - h_2 e$$

ここで、 $G$  はせん断弾性係数であり、 $n$ 、 $h$ 、 $h_1$ 、 $h_2$  は材料定数である。

Li and Dafalias(2000)モデルは、塑性成分に式(2)、(3)の影響を取り入れ、弾塑性剛性は、次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} dq \\ dp' \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3G & 0 \\ 0 & K \end{Bmatrix} \frac{1}{K_p + 3G - K\eta d} \begin{Bmatrix} 9G^2 & -3KG\eta \\ 3KGd & -K^2\eta d \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} d\gamma \\ d\varepsilon_v \end{Bmatrix} \quad (4)$$

## 3 修正応力法について

内部構造を表現する2階の構造テンソルや構造を特徴付けるベクトルのデアド積を用いて、釣り合い式とは関係ないという意味での仮想的な応力を修正応力として導入している<sup>2), 3)</sup>。

この修正応力を用いて、材料の異方的性質を構成モデルとして表現することになる。簡単な数学的構成とするために、以下のような便宜的な方法を考えることにする。

- 1) 修正応力空間では、等方体の構成関係が成立する。
- 2) 修正応力を応力に変換して、応力空間で考えたとき、応力-ひずみ関係や等方的降伏関数は、修正応力を与える変換マトリクスの中に、内部構造の情報を持つ構造テンソルなどが含まれることにより、異方的性質を表現することになる。

異方性をこのような代数的演算で簡単に表現する方法を、修正応力法と呼んでいる。

修正応力法における修正応力とは、応力を構造テンソルで線形変換したものと定義され、または内部構造の配置、状態を反映した応力と考えることができる。例えば、Tobita and Yanagisawa<sup>2)</sup>は、粒状体に関する研究より粒子同士の接触面積の分布が異方的であることが示されていることに着目し、次式で定義される修正応力を定義した。

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H} + \mathbf{H}\boldsymbol{\sigma}); \quad T_{ij} = \frac{1}{2}(\sigma_{ik}H_{kj} + H_{ik}\sigma_{kj}) \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{H}$  は構造テンソル、 $\boldsymbol{\sigma}$  は応力を、 $\mathbf{T}$  は修正応力である。本研究では、式(5)の形で定義される修正応力を用いて定式化を行った。式(5)を三軸圧縮状態について整理し、Li and Dafalias モデルに適用した。

An evaluation on the elasto-plastic model of sand with account for density dependency and initial anisotropy

Tohoku Gakuin University, Yoshio TOBITA, Nozomu YOSHIDA, Akira YAMAGUCHI, Yasunori MITSUDUKA

#### 4 解析結果

修正応力法により初期異方性を取り入れた Li and Dafalias モデルによる解析結果である応力 - ひずみ関係と有効応力経路を図-1から図-4に示す。 載荷条件を非排水（体積一定）条件とし、密な状態( $e_0 = 0.68$ )と緩い状態( $e_0 = 0.80$ )について異方性の影響の違いを検証した。なお、初期条件として初期拘束圧を  $p'_0 = 1000\text{kPa}$  としている。異方性の程度としては  $H_M$  と  $H_m$  を定義し、それぞれ0.8と1.1(載荷方向に対して強い構造)、1.0と1.0(等方構造)、1.1と0.8(載荷方向に対して弱い構造)を与え、三つのケースについて解析を行っている。

結果として、等方構造に比べ強い構造のほうがピーク時の値が大きく現れ、弱い構造では応力が小さくなることを表現できた。ここで、密な状態と緩い状態とで比較すると、図-1、図-3の応力 - ひずみ関係より、図-3の緩い状態より図-1の密な状態の方が異方性の影響が顕著に現れた。これは、密な状態の方が正のダイレイタンスが卓越するという性質を持っているため、有効拘束圧  $p'$  が上昇しやすく、それにより偏差応力  $q$  も大きくなるためである。このことは、それぞれ図-2、図-4の有効応力経路に示されており、その変化の違いがよく表現されている。

#### 5 結論

修正応力法により初期異方性を取り入れた Li and Dafalias(2000)モデルを用いて、以下のような計算結果を得た。

- 1) 修正応力法を用いて初期異方性を取り入れた Li and Dafalias(2000)モデルは、異方性によって生じる挙動の違いを表現することができた。
- 2) 緩い状態に比べて密な状態の方が異方性の影響が顕著に生じた。これはダイレイタンス特性の影響により異方性の影響が異なり、応力 - ひずみ関係に大きく影響を与えることを示唆している。

以上のことから、非排水試験において Li and Dafalias(2000)モデルは異方性の影響を表現することは可能であることが分かる。また、今後の課題としては、応力誘導異方性の導入や繰り返し載荷試験への適用を検証し、モデルの更なる改良と発展があげられる。

#### 参考文献

- 1) Oda, M. and Iwashita, K.: *An introduction to Mechanics of Granular Materials*, A.A. Balkema, 1999
- 2) Tobita, Y. and Yanagisawa, E.: Modified stress tensors for anisotropic behavior of granular materials, *Soils and Foundations*, 32, 1, pp. 85-99, 1992
- 3) 飛田善雄, 山口晶, 藤井伸晃, 金原瑞男: 工学材料の異方的挙動の簡易な表現方法: 修正応力法の地盤材料への適用, *応用力学論文集 Vol.6*, pp. 407-418, 2003
- 4) Li, X.S and Dafalias, Y.F.: Dilatancy for cohesionless soils, *Geotechnique* 50, No4, 449 - 460, 2000

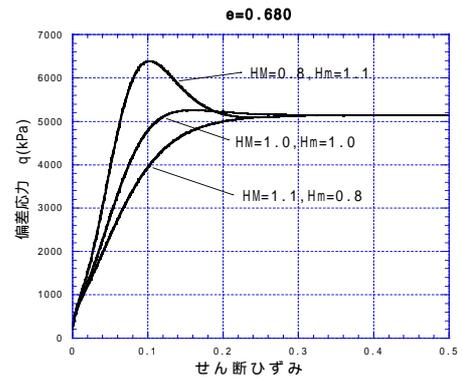


図-1 密な状態での応力 - ひずみ関係

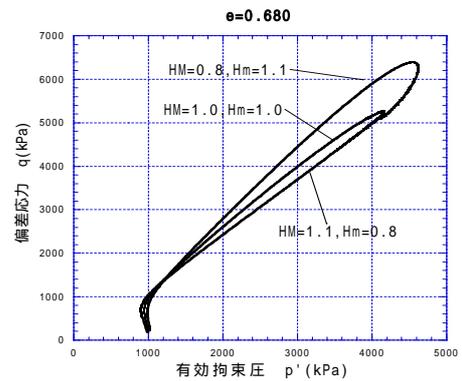


図-2 密な状態での有効応力経路

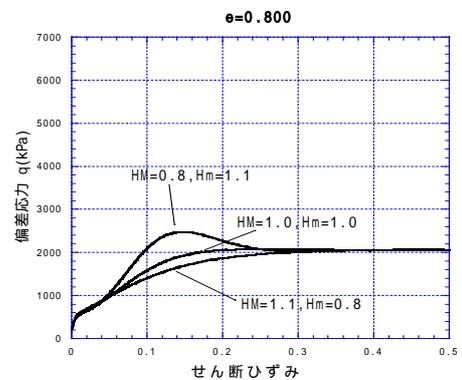


図-3 緩い状態での応力 - ひずみ関係

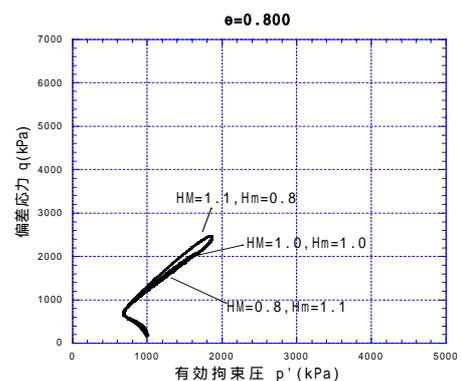


図-4 緩い状態での有効応力経路