

変位自由度を持つ水要素を用いた地震応答解析 A DYNAMIC ANALYSIS USING WATER ELEMENTS WITH DEGREE OF FREEDOM OF DISPLACEMENTS

大矢陽介¹⁾、吉田望²⁾、菅野高弘³⁾

Yousuke OHYA¹⁾, Nozomu YOSHIDA²⁾, Takahiro SUGANO³⁾

1) 港湾空港技術研究所、特別研究員 工博

¹⁾ Project Researcher, Port and Airport Research Institute, Dr. Eng.

e-mail : ooya-y@pari.go.jp

2) 東北学院大学、教授 工博

²⁾ Professor, Tohoku Gakuin University, Dr. Eng.

e-mail : yoshidan@tjcc.tohoku-gakuin.ac.jp

3) 港湾空港技術研究所、特別研究官 工博

³⁾ Director for Special Research, Port and Airport Research Institute, Dr. Eng.

e-mail : sugano@pari.go.jp

ABSTRACT: A finite element modeling, which uses water elements with degree of freedom of displacements, is investigated for the liquefaction analysis in the port area to consider hydrodynamic pressure by sea water. Since shear modulus of water is zero, Poisson's ratio of the water element is close to 0.5, volume change hardly occurs. Therefore, volume locking and hourglass instability is to be important to consider. Several methods are investigated, and excess reduced Gauss integration is shown to give the most accurate hydrodynamic pressure although deformation of water element includes hourglass instability deformation pattern.

キーワード: 有効応力解析、液状化、有限要素法、地震時動水圧

1. はじめに

海溝型巨大地震では地震動の継続時間が長いことから、間隙水の土骨格からの流出入を考慮した排水条件で液状化解析も行われるようになってきた。このような土骨格と間隙水の連成を考慮できる二相系の式 (Biotの式) のうち $u-U$ 形式は、土骨格の変位 u と間隙水の変位 U を未知数としたもので、間隙水を圧縮性材料 (P波速度が無限大ではない) と仮定して導かれた厳密な定式化である。この方法では、間隙水と同様に海水や貯水も土骨格と同じく変位自由度を有する要素として扱う。ところで、水は体積弾性係数が土骨格のものより数オーダー大きく、ポアソン比が0.5という特殊な材料であるがゆえ、この方法では積分法によっては変位が過小評価されるロッキングなど数値計算上の問題がある。

このような積分法に関する問題を扱った事例として、重力式岸壁を対象とした残留変位解析ALIDの事例¹⁾があり、ロッキングの回避方法として用いた次数低減積分により砂時計不安定という別の問題が発生することも明らかになった。一方、加振方向が逐次変化する地震応答解析を対象としたロッキングや砂時計不安定が変形の程度に与える影響については、十分な検討が行われていない。

また、港湾地域では岸壁や護岸に作用する動水圧も施設の安定を論じるには重要である。有限要素法でこのようなモデル化を行う際には、水はNavier-Stokesを支配方程式とする流体要素としてモデル化し、岸壁の固体モデルとの間にはインターフェイス要素を挿入するのが一般的であるが、本論文で対象としているような地震時挙動では、岸壁に作用する動水圧のみが重要であるので、より簡易に、動水圧を考慮する方法として、土と同じ要素で、土の寄与をなくしたモデル化の適用性について検討する。

本論文では、これら二つの事項についてケーススタディを通して検討する。

2. u-U形式と積分法の問題点

u-U形式は、Biotの式のうち最も基本的なu-U-p形式から K_w が無大ではないという条件のもとで基礎方程式が導かれている。振動の問題では K_w が無大だとP波速度が無大になるので、圧密の問題と異なり、 K_w を無大とすることはしない。したがって、u-U形式は、u-U-p形式同様厳密な定式化といえる。

u-U形式の有限要素法化を行った後の支配方程式は、マトリックスで次のように表すことができる。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}^u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}^U \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{u}} \\ \ddot{\mathbf{U}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}^{uu} & -\mathbf{C}^{uU} \\ -\mathbf{C}^{uUT} & \mathbf{C}^{UU} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{U}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} + \mathbf{K}^{uu} & \mathbf{K}^{uU} \\ \mathbf{K}^{uUT} & \mathbf{K}^{UU} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u} \\ \mathbf{U} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{F}^u \\ \mathbf{F}^U \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ここで、変数 \mathbf{u} は土骨格の、 \mathbf{U} は間隙水の変位ベクトル、 \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 、 \mathbf{K} は順に質量、粘性、剛性に関するマトリックスである。速度成分の連成項はダルシー則、変位成分の連成項は質量保存則に関する項であり、土骨格の剛性マトリックスが対称であれば支配方程式も対称となる。

現在の多くの液状化解析は、地震の継続時間は短いので、この間の過剰間隙水圧の動きは少ないとした非排水条件を仮定して行われている。非排水条件では要素内からの間隙水の流出入がない。すなわち、土骨格と間隙水が一体として挙動することであり、u-U形式では $\mathbf{u}=\mathbf{U}$ として扱う。ところで、水の体積弾性係数は土骨格のそれと比べれば非常に大きいため、非排水条件を仮定した土と水の混合体の見かけのポアソン比は0.5近くになる。ポアソン比が0.5に近づくと、地盤は見かけ上非常に大きな剛性を持つことになり、変形が著しく小さくなる体積ロッキングという問題が発生する可能性がある。体積ロッキングの発生する原因は、例えば、長方形の要素が台形に変形しようとする時、要素としては等体積でも個々の積分点では体積変化が生じるので、そのような変形が発生しないような剛性が発生し、見かけ上大きな剛性となるためである(図1(a))。

このようなロッキングの回避方法のうち、最も一般的な方法として次数低減積分がある。この方法は、過度に次数低減した要素を用いることであり、先の例では台形の変形をしたときに体積変化が生じない点、すなわち要素中心の一点を用いた積分法がこれに相当する(図1(b))。しかし、この方法ではゼロエネルギーモードと言われるような変形に対して、積分点でひずみが生じないために剛性がなくなってしまい、砂時計不安定といわれる別の問題が発生する。これは、図1(b)に示すように2つの要素をつなげた変形図への現れ方から呼ばれている。

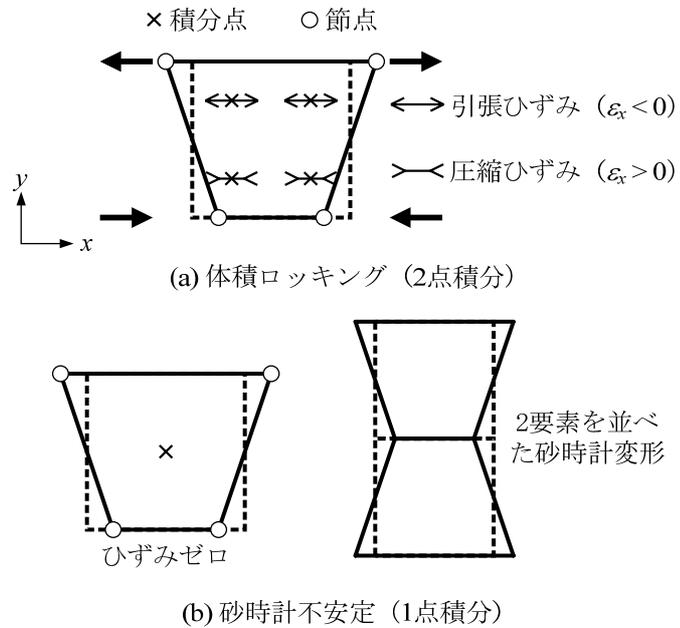


図1 積分法と問題点

3. ALIDの事例

液状化を対象とした解析で、体積ロッキングや砂時計不安定の発生を示し、積分点について検討した研究は多くない。ここでは、代表的な安田・他¹⁾の検討事例を示す。

図2は、1995年兵庫県南部地震で被害を受けた魚崎浜のサイトの重力式ケーソン護岸の解析事例で、解析手法として液状化に伴う残留変形解析ALID (Analysis for Liquefaction-Induced Deformation)¹⁾が用いられている。すべての変形図は同じ変形倍率で示されていて、(a)のケースの変形量は他と比べてかなり小さいことが分かる。すなわち、ロッキングが発生しているわけであるが、このことは他の変形図と比べると明らかである。次に(b)は1点積分(次数低減積分)の変形図である。わかり易いように砂時計不安定が発生している一部の要素を色で塗りつぶしている。砂時計変形が現れ、個々の要素の変形形状が不自然に見えるが、全体的な変形や変形量のオーダーは正常である。1点積分に抗砂時計剛性を加えると、砂時計変形が見えなくなり、変形形状は正常になる((c))。

ALIDでは、液状化層についてあらかじめ低減させたせん断剛性を設定するので、変形モードや変形量のオーダーは予測しやすい。一方、液状化解析といった地震応答解析では、例えば、液状化強度と比べ入力地

震動が小さかったり、液状化層より深いところの粘土層の塑性化によって、加速度が頭打ちになったり、結果として液状化があまり発生せず、変形量が小さくなる場合もある。したがって、ロッキングが発生した変形図は、変形量が小さく、正しい解析結果と判断してしまう可能性も考えられる。

この事例では、砂時計不安定を回避する方法として抗砂時計剛性を導入する方法を用いた。この方法は、体積ロッキングと同じ様な問題である、はりの曲げ問題に対して発生するせん断ロッキングに対して提案されているもの²⁾であり、長方形要素に対しては理論的に明快であるが、一般の四辺形要素に対しては理論的に十分な検証がされているとはいえない。さらに、不釣合力の考慮が必須である液状化のような問題に対しては、各増分計算のみで不釣合力を処理する必要があり、使いにくいという問題もある。

4. 液状化解析の事例

4.1 検討内容

先の事例で用いられたALIDは、静的な解析手法である。地震応答解析のように加振方向が逐次変化するような状況においては、砂時計不安定はそれほど顕著に現れないと考えることもできる。ここでは、土の有効応力を考慮した液状化解析において、積分法の違いを確認し、先に示した体積ロッキングや砂時計不安定が動的解析において発生することを確認する。

対象は1983年日本海中部地震で被害を受けた秋田港の大浜地区-10m・2号岸壁である。この岸壁は、2本の直杭を並列に打ち込んだ控え直杭を有する矢板式岸壁である。図3に解析モデルを示す。鋼矢板背後の裏埋土(砂1)は岸壁前面の浚渫土砂であり、地震によって液状化し、岸壁の被災につながったと考え

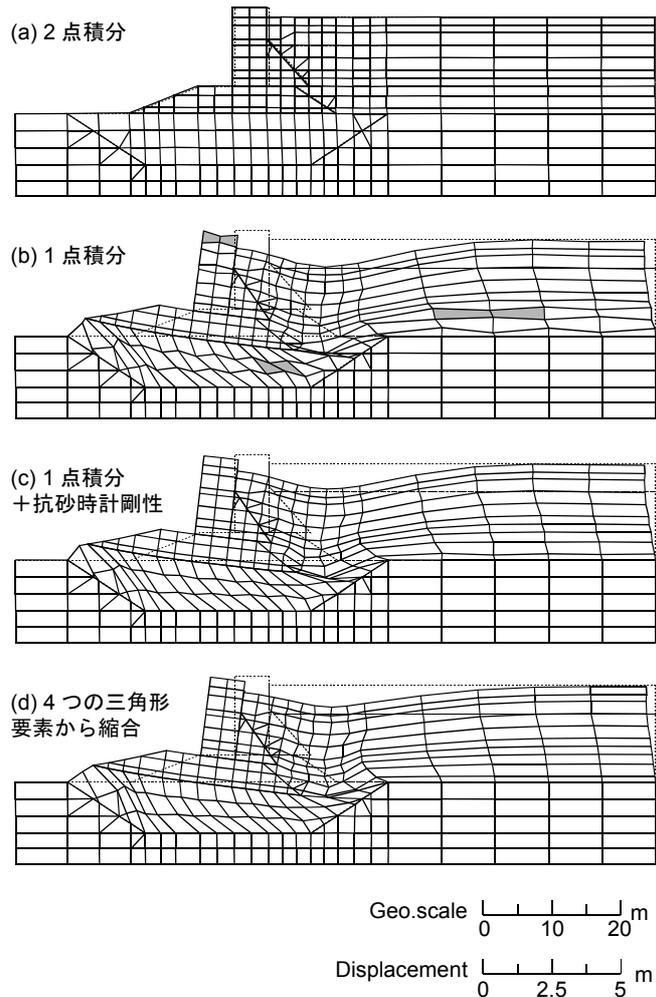


図2 各種積分法の比較¹⁾

られている³⁾。矢板にはクラックが発生し、矢板が海側へ凸状に湾曲した状態で変形した。

解析条件等はIai・他⁴⁾を参考にした。基礎方程式は $u-U$ 形式を用いて、土骨格と間隙水の変位が等しいと仮定した非排水条件としている。地盤は液状化を考慮するため、せん断変形モデルにはマルチスプリングモデル⁵⁾、ダイレイタンシーモデルには一般化されたstress-dilatancy則⁶⁾、体積変化特性として線形増分の式を組み合わせた構成モデルを用いた。なお、液状化を考慮した層は、砂1(水面下)および砂2である。

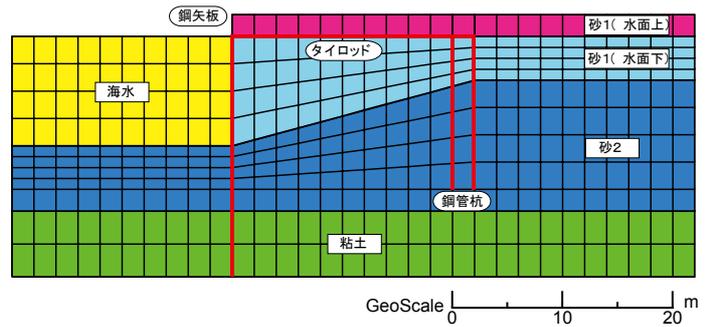
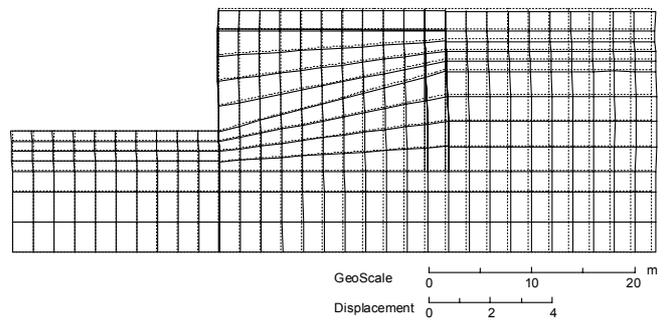


図3 解析モデル

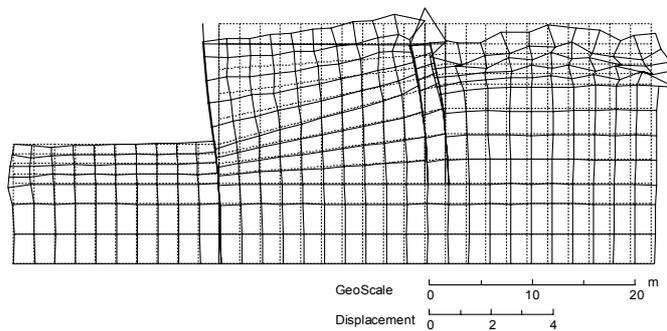
4.2 検討結果

図4に検討した各積分法の残留変形図を示す。変形図は、いずれも同じ変形倍率で示されていて、海水要素の変形は表示されていない。(a)は2点積分を用いたケースの結果であるが、ロッキングの発生によって他のケースより変形がかなり小さいことがわかる。次数低減積分(1点積分)を用いたケース((b))では液状化層および地表面の非液状化層において砂時計変形が現れ、個々の要素の変形形状が不自然になっていることがわかる。つまり、静的解析と同様に地震応答解析においても砂時計不安定は発生し、その影響は変形図に顕著に表れる。(c)はロッキングと砂時計不安定を回避できるよう $u-U$ 形式において土骨格は2点、連成項や間隙水は1点積分を用いた方法⁷⁾の結果である。鋼矢板、鋼管杭および鋼矢板背後地盤が海側に変形し、鋼矢板の背後地盤は沈下する変形となり、被害を受けた岸壁の代表的な変形形状と同じである。

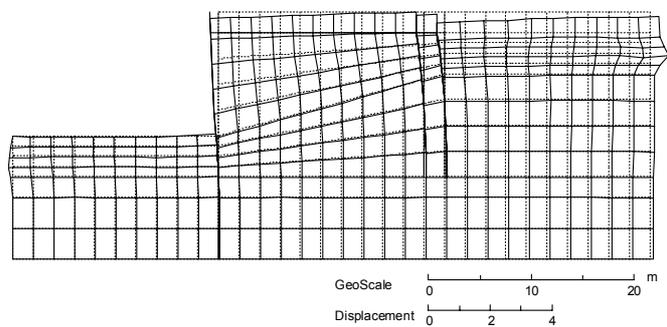
これまでに非排水条件を仮定した静的および動的な解析事例において、体積ロッキングと砂時計不安定が発生することを示した。体積ロッキングが発生した変形図は、変形量が著しく小さくなることから不適切な結果と判断できる。一方、砂時計不安定が発生した変形図は、歪な要素変形形状ではあるが変形量のオーダーは正しい。また、砂時計不安定の発生は液状化層やその周辺地盤でせん断剛性が低下しているところに限られ、岸壁といった構造要素の変形形状も正しいと考えられる。すなわち、歪な変形形状を除けば、砂時計不安定が発生しても結果は正しいと考えられる。次章では、



(a) 2点積分



(b) 次数低減積分(1点積分)



(c) 土骨格:2点、連成項・間隙水:1点

図4 残留変形図(変形倍率:3倍)

ポアソン比は0.5、せん断剛性はゼロである流体を用いた地震時動水圧の検証事例において、砂時計不安定が発生した変形について検討する。

5. 地震時動水圧の検証事例

5.1 海水のモデル化の現状

前述のように近年、継続時間の長い地震動を対象として、地盤内の間隙水の流れを精度良く予測しようとする動きがある。一方、岸壁を対象とした液状化解析においては、地震時動水圧の影響は岸壁の変形に対して大きな影響を与えないとして、海水は無視されたり簡易的に付加質量としてモデル化されたりする。 $u-U$ 形式では、海水は間隙水と同じく変位自由度を持つ要素でモデル化され、海底面においては地盤内の間隙水と海水は連続してモデル化される。それゆえ、間隙水と連続性を有し、動水圧も表現できる海水のモデル化は、地盤内の排水挙動のモデル化と同じく重要な項目である。ここでは Westergaardの解⁸⁾のうち、設計指針等で広く用いられている地震時動水圧に加え、 $u-U$ 形式において直接求められる水の変位についても比較する。

5.2 検証例題

図5に検証に用いたメッシュ図を示す。左端の灰色に塗りつぶした要素は、-20m岸壁を想定して設定したもので、検証する動水圧はこの岸壁要素の水平応力を用いた。また、岸壁と海水の接合部では水平変位は連続し、摩擦は無いものとした。計算パラメータを表1に示す。

$u-U$ 形式では土骨格と間隙水の変位を同一 ($u=U$) とし、間隙率 $n=1$ とすることで海水を表現することができる。すなわち、海水も土骨格と同じ変位自由度を有する要素としてモデル化することになるが、ポアソン比は完全に0.5、せん断剛性はゼロである点が異なる。これまでの検討と同じように、2点積分と次数低減積分（1点積分）について比較を行った。

表1 計算パラメータ

海水の体積弾性係数 K_w	2.0×10^6 [kN/m ²]
海水の質量密度 ρ_w	1.0 [t/m ³]
間隙率 n	1.0
入力地震波（正弦波）	
周期 T / 震度 α	1.0 [s] / 0.25
時間増分 Δt / 計算時間	0.01 [s] / 10 [s]
Rayleigh 減衰 α / β	0.0 / 0.03
Newmark β 法 δ / β	0.5 / 0.25

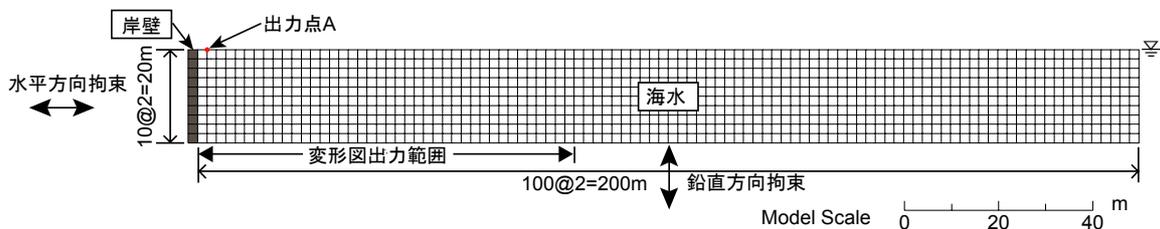


図5 検証に用いたメッシュ図

5.3 検証結果

積分法が異なる2ケースの動水圧分布を図6に示す。1点積分ではWestergaardの解と一致し、2点積分では最大値こそ一致するが、水深の浅いところでWestergaardの解より大きな値を示している。次に0.5秒（1/2周期）後の変形図および水面の正規化鉛直変位分布をそれぞれ、図7および図8に示す。Westergaardの解では、水面と岸壁の接点は変位が無限大となる特異点である。また、図9に示す護岸接点隣のA点（図5）の鉛直変位時刻歴のように、加振方向の反転に関係なく鉛直変位は継続時間と共に上方向に累積している。Westergaardの解のうち水面の鉛直変位は、護岸の水平変位と同じ周期関数で表されるので、この結果はWestergaardの解と一致しない。それゆえ、図8は水面の鉛直変位をA点における値で除した正規化鉛直変位を用いている。

1点積分の正規化鉛直変位分布は、Westergaardの解とほぼ一致した。2点積分は岸壁からの距離に対する鉛直変位の変化勾配は小さく、変形に抵抗していることがわかる。これは、岸壁頂点付近で要素の変

形形状を見ても明らかで、1点積分では要素は抵抗せず押しつぶされるように変形しているのに対して、2点積分では長方形のまま水平方向に圧縮され鉛直方向へ伸びている。すなわち、2点積分では体積ロッキングが発生し、図1(a)に示した台形変形が抑制された。また、水面付近においても大きな剛性を持つので、水面付近で動水圧分布がWestergaardの解より大きくなったと考えられる。

要素の変形形状を見ると、1点積分ではせん断変形に加えて、台形変形および水平方向に圧縮され鉛直方向に伸びる変形の等体積変形となっている。水はせん断変形に対する剛性は無く、また、等体積変形は積分点位置（要素中心）で体積ひずみは発生しないゼロエネルギーモードとなるため、等体積変形に対する剛性を持たない。そのため、図7に示した変形には、水が抵抗せず自由に変形できる変形モードが含まれるため、図9のように計算ステップとともに変位量が累積する。

2点積分では、体積ロッキングが発生するので台形変形は抑制されるが、残り2つの変形については1点積分と同じである。やはり、程度は小さいが1点積分と同じく変位量が累積する。したがって、ゼロエネルギーモードやこれに起因する砂時計変形は、積分法によって程度に違いはあるが加振方向の反転に関係無く、一方向へ大きくなる不適切な変位が含まれている。

6. 結論

本論文では、間隙水や海水を変位自由度を持つ要素でモデル化した地震応答解析のうち、ロッキングと砂時計不安定が発生した液状化解析の事例、地震時動水圧の検証事例を示した。結論をまとめると次の通りである。

- ・ 静的解析の事例と同じように、液状化解析（動的解析）でも要素の積分法の選び方によっては、ロッキングと砂時計不安定が発生する。また、その制御も可能である。
- ・ 過度の次数低減積分（1点積分）を用いることで、理論解と一致する岸壁の地震時動水圧が得られるが、水の変位については、ゼロエネルギーモードに起因する不適切な変位が発生する。
- ・ 水要素と構造要素の複合系でも、構造要素の変形は正しく評価できる。

性能設計における性能照査手法として、本論文で検討した解析手法と共通した方法が用いられている。解析結果を検討するに当たっては、本論文で示した積分法など有限要素法の定式化について留意する必要がある。

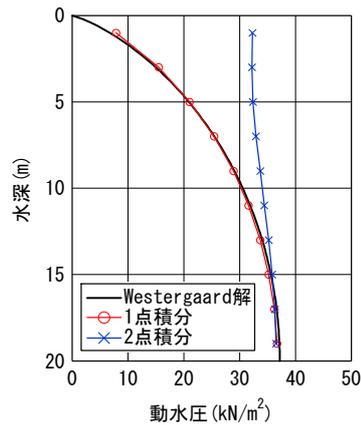
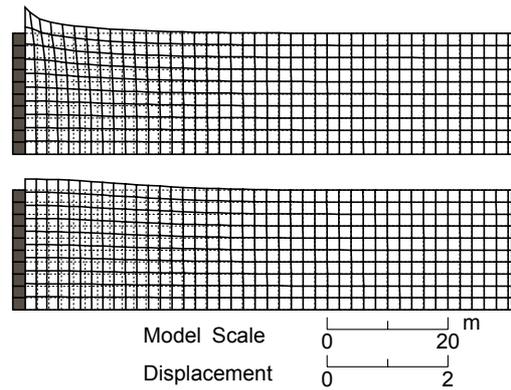


図6 動水圧分布



上：1点積分、下：2点積分
図7 岸壁周辺の変形図（0.5秒後）

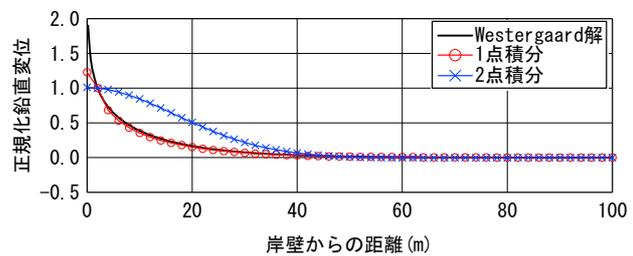


図8 水面の正規化鉛直変位分布（0.5秒後）

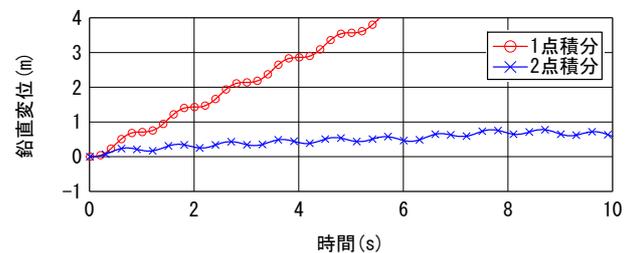


図9 A点の鉛直変位時刻歴

参考文献

- 1) 安田進、吉田望、安達健司、規矩大義、五瀬伸吾、増田民夫：液状化に伴う流動の簡易評価法、土木学会論文集、No.638、III-49、1999年、pp.71-89.
- 2) Flanagan, D. P. and Belytschko, T.: A uniform strain hexahedron and quadrilateral with orthogonal hourglass control, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 17, 1981, pp. 679-706.
- 3) 土田肇、野田節男、稲富隆昌、上部達生、井合進、大根田秀明、外山進一：1983年日本海中部地震港湾被害報告、港湾技研資料、No.511、1985年、447pp.
- 4) Iai, S. and Kameoka, T.: Finite element analysis of earthquake induced damage to anchored sheet pile quay walls, Soils and Foundations, Vol.33, No.1, 1993, pp.71-91.
- 5) Towhata, I. and Ishihara, K.: Modelling soil behavior under principal stress axes rotation, Fifth international conference on numerical methods in geomechanics, 1985, pp.523-550.
- 6) Gutierrez, M.: Behavior of sand during rotation of principal stress direction, D. Eng. Thesis, University of Tokyo, 1989.
- 7) 大矢陽介、吉田望：ロッキングと砂時計不安定を避ける有効応力解析法の定式化、構造工学論文集、Vol. 54B、2008年、pp.45-50.
- 8) Westergaard, H. M.: Water Pressures on Dams during Earthquakes, Trans. ASCE, Vol.98, 1933, pp.418-432.