Ⅰ-469　時間領域におけるＦＥＭとＢＥＭの結合解法の定式化について

佐藤工業　（正）東平光生
（正）吉田　望

１．はじめに

地盤震動解析に用いられる複素応答法は、複雑な周波数依存性を示す地盤の動的剛性を忠実に評価するが、地盤の非線形性を直接扱えず、また応答計算に要する時間も直接積分法に比べて不利な場合がある。従って、ここでは複素応答法により適用されるＦＥＭとＢＥＭの結合解法を、時間領域における手法として定式化を試みた。

２．時間領域のＦＥＭとＢＥＭの結合解法の定式化

Fig-2.1 に示すようにＦＥＭ領域とＢＥＭ領域を分離し、各領域の境界には節点力ベクトル $\{F(t)\}$ が作用しているものとする。

２．１　ＦＥＭ領域の運動方程式

ＦＥＭ領域では、節点力ベクトル $\{F(t)\}$ を用いて次の運動方程式が成立する。

$$[M]\{\ddot{u}\}+[C]\{\dot{u}\}+[K]\{u\}=\{F(t)\} \qquad (2.1)$$

ここで、［M］は質量マトリックス，［C］は減衰マトリックス，［K］は剛性マトリックス，$\{u\}$ は変位ベクトルである。

２．２　ＢＥＭ領域の運動方程式

ＢＥＭ領域では、方程式をまず周波数領域で考察する。混乱をさけるため周波数領域の記号には＾をつけ、時間領域の記号と区別する。

ＢＥＭ領域ではインピーダンス・マトリックス $[\hat{K}_I(\omega)]$ を用いることにより、次の運動方程式が成立する。

$$[\hat{K}_I(\omega)]\{\{\hat{u}\}-\{\hat{u}\}^{\ddagger}\}=-\{\hat{F}(\omega)\} \qquad (2.2)$$

ここで、$\{\hat{u}\}^{\ddagger}$ は　ＦＥＭ領域が存在しない場合の地震動による自由表面の変位である。

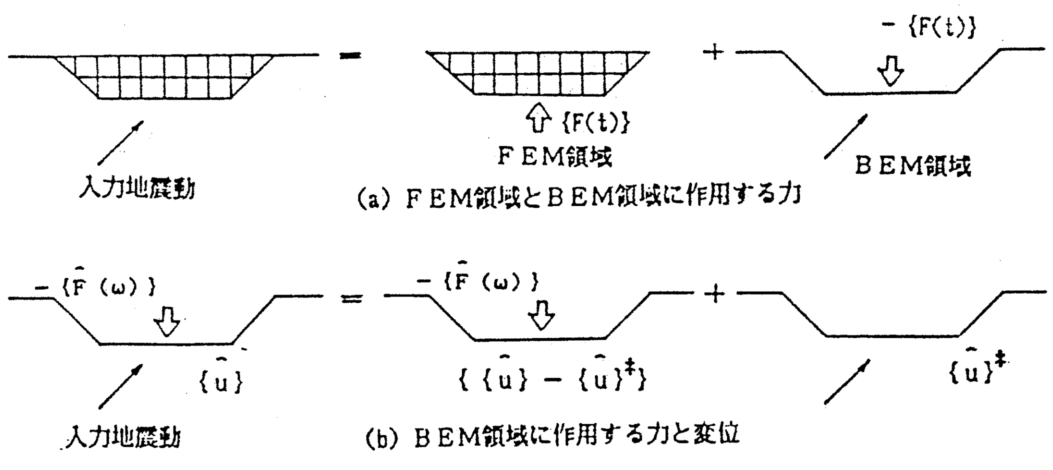

Fig-2.1 ＦＥＭ領域とＢＥＭ領域に作用する力と変位

ドライビングフォースを式(2.3) で定義して式(2.2) を変形すると式(2.4) を得る。

$$\{\hat{F}^*(\omega)\} = [\hat{K}_I(\omega)]\ \{\hat{u}^*(\omega)\} \quad \cdots\cdots (2.3)$$

$$[\hat{K}_I(\omega)]\ \{\hat{u}(\omega)\} = -\{\hat{F}(\omega)\} + \{\hat{F}^*(\omega)\} \quad \cdots\cdots (2.4)$$

時間領域の方程式は式(2.4) を用いて次式のように表される。

$$[K_I(t)] ※ \{u(t)\} = -\{F(t)\} + \{F^*(t)\} \quad \cdots\cdots (2.5)$$

ただし、※は合積を示す。

２．３　ＦＥＭ領域とＢＥＭ領域の結合

式(2.1) と式(2.5) を連立させることで、ＦＥＭ領域とＢＥＭ領域は結合される。

式(2.5) を式(2.1) に代入することで、次の方程式を得る。

$$[M]\ \{\ddot{u}\} + [C]\ \{\dot{u}\} + [K]\ \{u\} + [K_I(t)] ※ \{u(t)\} = \{F^*(t)\} \quad \cdots\cdots (2.6)$$

すなわち、時間領域のＦＥＭとＢＥＭの結合解法では、解くべき方程式が積分微分方程式となる。また外力項は時間領域のドライビングフォースである。

２．４　積分微分方程式の微分方程式への変換

ここでは、積分微分方程式を解くために積分微分方程式を微分方程式に変換する。

まず、周波数領域のインピーダンス・マトリックスを次のように近似する。

$$[\hat{K}_I(\omega)] \sim \sum_{n=0}^{N} [K_I^{(n)}]\ \omega^n \quad \cdots\cdots (2.7)$$

ここで、$[K_I^{(n)}]$ は、ωに依存しない定数のマトリックスであり N はインピーダンス・マトリックスを近似するために必要な項数である。

式(2.7) により、式(2.6) の積分演算は次式の微分演算に置き変わる。

$$[K_I(t)] ※ \{u(t)\} \sim \sum_{n=0}^{N} [K_I^{(n)}]\ \left(\frac{d}{i\,dt}\right)^n\ \{u(t)\} \quad \cdots\cdots (2.8)$$

従って、式(2.6) は次式で示される微分方程式となる。

$$[M]\ \{\ddot{u}\} + [C]\ \{\dot{u}\} + [K]\ \{u\} + \sum_{n=0}^{N} [K_I^{(n)}]\ \left(\frac{d}{i\,dt}\right)^n\ \{u(t)\} = \{F^*(t)\} \quad \cdots\cdots (2.9)$$

３．終わりに

時間領域のＦＥＭとＢＥＭの結合解法の定式化を試みた。

本手法では、インピーダンス・マトリックスを近似し、積分微分方程式を微分方程式に変換している。インピーダンス・マトリックスをどの程度近似すれば、適切な解を得ることができるかが今後の検討課題である。

<参考文献>　土質工学会「土質地震工学」p 147 ～152