

# 液状化解析のキーポイント

- 支配方程式
- 構成則
- 境界条件
- 砂以外の扱い
  - 粘土
  - 水
  - 構造物など
- その他
  - 特殊な要素
    - ジョイント要素
  - 特殊な概念
  - 初期応力

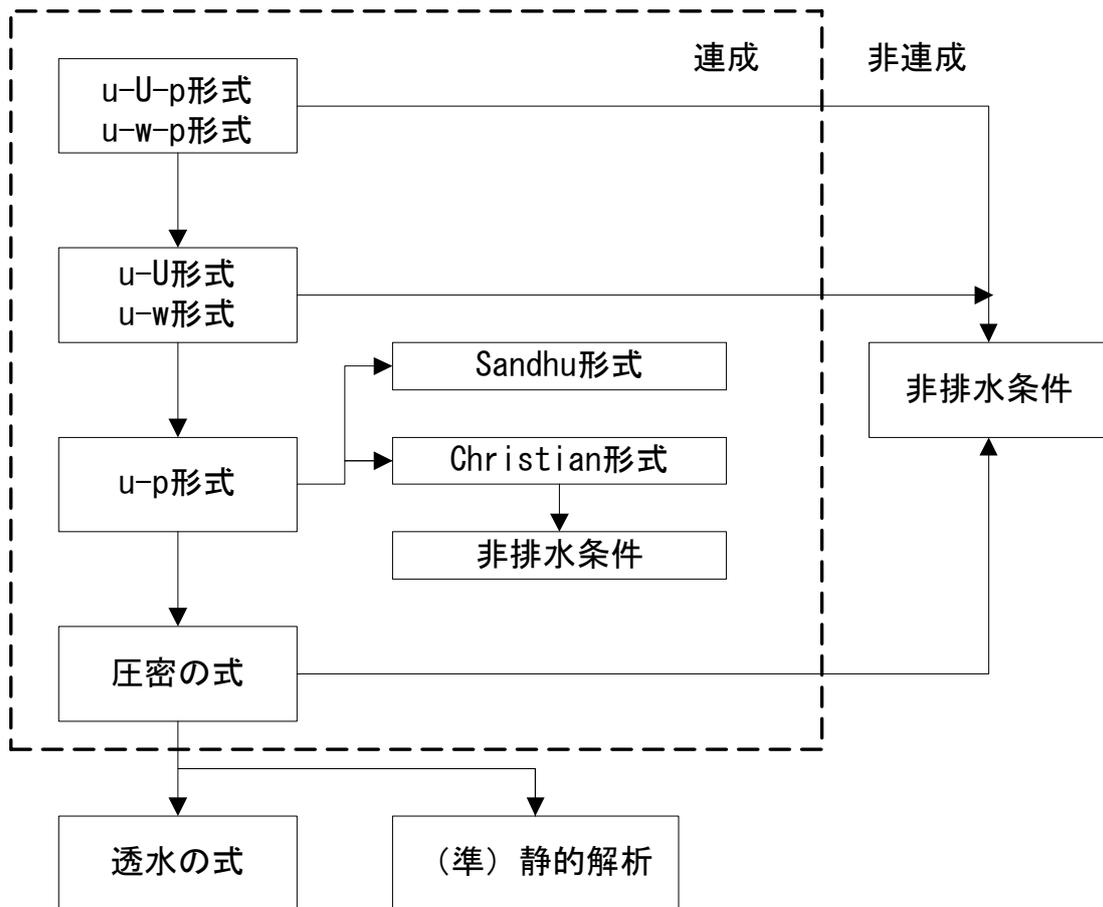


# 支配方程式の構成

- Biotの式、Bowenの式
  
- 土骨格、水、土粒子のそれぞれの変形と相互作用
  - 土骨格の変形→有効応力
  - 土粒子の変形→体積変化
  - 水の変形→体積変化
  - 間隙の変化
  
- 土骨格に関する釣合式（または微小要素に関する釣合式
- 水に関する釣合式
- 連続の式（質量保存則）



# 支配方程式（Biotの式） の系統と近似化



# 液状化解析は、 認知された武器か

- 地震応答解析に関するブラインドテスト
  - ターキーフラット、足柄
- 液状化に関する一斉解析
  - 川岸町サイト、川岸町アパート
  - 堤体に関する遠心力載荷試験
- 液状化に関するブラインドテスト
  - VELACSプロジェクト
- 構成則に関するブラインドテスト
  - クリーブランドWorkshop



# 違いのする要因は何か

- 支配方程式 ×
- 数値積分手法 △
  - Newmarkの $\beta$ 法
  - Wilsonの $\theta$ 法
  - 中央差分法
- 構成則 ◎
- ユーザーの判断力 ◎



# 構成則

## ■ 弾塑性法

- 西モデル
- P-Zモデル
- 田中モデル
- 松岡モデル
- ミシコ・石原モデル
- 飛田・吉田モデル
- 岡・八島モデル

## ■ 経験的ダイレタンスー法

- Martin-Finn-Seedモデル
- お椀モデル
- Endochronicモデル

## ■ 応力経路法

- YUSAYUSA
- 井合モデル



**SATO KOGYO CO.,LTD.**

# 弾塑性法

- 理論的に正当（と理論屋さんから認められやすい）
- せん断に関しては、関連流動則
- ダイレタンシーについては、応力-ダイレタンシー則を導入
- 結果として、非関連流動則
- モールクーロン型の降伏条件と終局極限条件
- ポテンシャル関数の取り方に特徴がある。
- 主応力軸の回転
- 融通が利かない。
- サイクリックモビリティ以後の定常化



# 経験的ダイランシー則

- せん断に関しては、履歴型非線形
  - 双曲線モデル
  - Ramberg-Osgoodモデル
  - 偏差応力-ひずみの扱いに工夫
- ダイランシーはひずみ振幅や応力振幅の関数として実験式で与える。
- 接線剛性を求めることが困難
  - イタレーション
  - 一回遅れ
- 液状化特性の表現に関しては融通が利く。合わせ易い。
- サイクリックモビリティの表現が困難



# 応力経路型

- 経験的ダイランシー法とほぼ同様
- 排水条件の扱いが困難（工夫が必要）
- Biotの式に組み込む際に、工夫が必要。（多次元の場合）



# 構成則とその問題点

- 液状化までの挙動
- サイクリックモビリティー以降の挙動
- 側方流動
- ランダム載荷
- 体積変化
- 異方応力状態



# 構成則は何を使うべきか

- 完全なモデルはない。
- モデルによる差は非常に大きい
- Case by case で使い分ける
  - 問題に対する適用性
  - 発注者の要望
  - 使いやすさ



# DIANAに導入される構成則

- 西モデル
  - 弾塑性法
- 井合モデル
  - マルチスプリング
  - 応力経路法
- R-O+お椀モデル
  - 全ひずみ型せん断変形
  - 経験的ダイランシー
- 吉田・石原モデル
  - 任意G-g、h-g関係
- ユーザーサブルーチン



**SATO KOGYO CO.,LTD.**

# 西モデル

- NishiとEsashi(1978)
- 西と金谷(1987)
- 金谷ら(1994)

## ■ 単調載荷時のモデル化

$$f = \eta(\sigma_{ij}) - \eta_c(\varepsilon_{ij}^p)$$

$$\eta = \frac{\sqrt{2J_2}}{\sigma_m} = \frac{\sqrt{s_{ij}s_{ij}}}{\sigma_m}$$

$$g = \frac{\eta}{M_m} + \ln \sigma_m$$

$$h = \frac{1}{\frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}} = \frac{M_m \sigma_m}{G_o^* (1 - \eta / M_f)^2}$$



# 弾塑性構成則の手法

## ■ 降伏条件と降伏の継続

$$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0 \quad df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^p} d\varepsilon_{ij}^p = 0$$

## ■ 塑性ポテンシャル

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}$$

## ■ 接線剛性マトリックス

$$D_{ijkl} = D_{ijkl}^e - \frac{D_{ijst}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{st}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} D_{pqkl}^e}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} D_{klst}^e \frac{\partial g}{\partial \sigma_{st}} - \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{pq}^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}}}$$

## ■ 硬化パラメータ

$$\lambda = - \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij}}{\frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}} = \frac{d\eta_c}{\frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}} = h d\eta_c$$

$$h = \frac{1}{\frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{ij}^p} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}}} = \frac{M_m \sigma_m}{G_o^* (1 - \eta / M_f)^2}$$



# 西モデル

## ■ 繰返し載荷時のモデル化

$$\frac{d\varepsilon_{vd}}{\sqrt{2I_2}} = a(M_m - \eta)$$

$$a = 1 - \frac{\varepsilon_{vdr}}{\varepsilon_{cdf}}$$

$$g = \frac{1}{1-a} \ln \{ a(M_m - \eta) + \eta \} + \ln \sigma_m$$

$$h = \frac{\sigma_m \{ a(M_m - \eta) + \eta \}}{G_o^* \left( 1 - \frac{\eta}{2M_f} \right)^2}$$

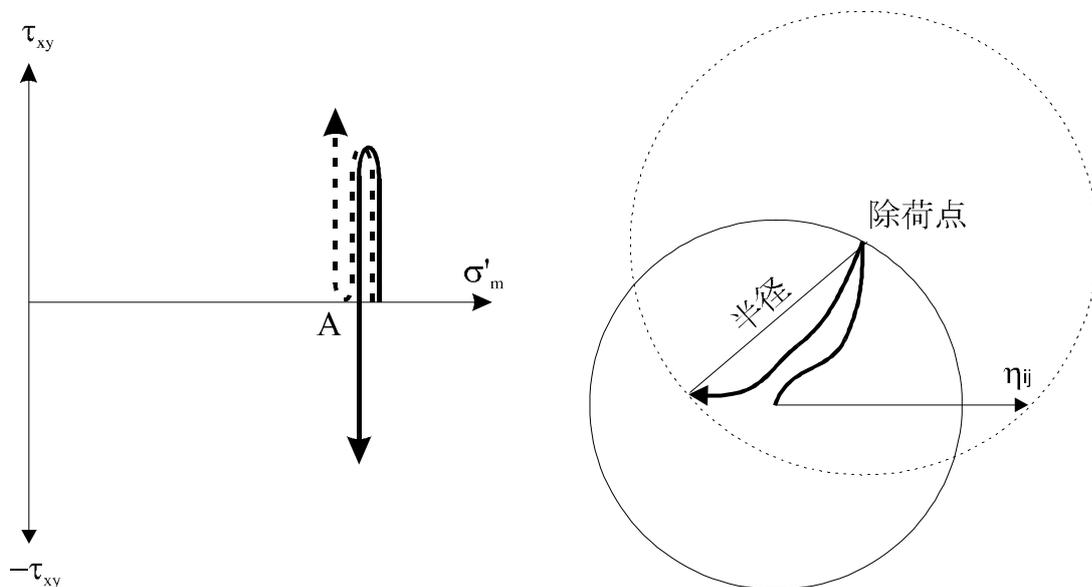


**SATO KOGYO CO.,LTD.**

# 西モデル

## ■ 除荷の判定

○ 普遍量では表せない



○ 太田・関口の相対応力比の採用

□ 相対応力比増分の符号の反転

$$\eta^* = \sqrt{\left(\frac{S_{ij}}{\sigma_m} - \frac{S_{ij0}}{\sigma_{m0}}\right)\left(\frac{S_{ij}}{\sigma_m} - \frac{S_{ij0}}{\sigma_{m0}}\right)}$$



**SATO KOGYO CO.,LTD.**

# 西モデル

## ■ 中間主応力の考慮

$$\eta^* \geq \eta_{ma}^*$$

$$d(\sigma_x - \sigma_y) \geq 0 \quad d\tau_{xy} \geq 0$$

$$M_f = \sqrt{F_{1f}^+ + F_{2f}^- + F_{3f} + F_{4f}^+} = M_f^{++}$$

$$M_m = \sqrt{F_{1m}^+ + F_{2m}^- + F_{3m} + F_{4m}^+}$$

## 中間主応力比および角度

$$b = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$$

$$\tan 2\beta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$



# 西モデル パラメータ

## ■ 弾性定数

○ $e$ - $\log p$ で直線、ポアソン比一定

## ■ 塑性せん断定数

$$G_o^* = G_{oi}^* \exp \left\{ \beta_1 \cdot \ln \left( \frac{G_{ot}^*}{G_{oi}^*} \right) \cdot \int \sqrt{2I_2^*} \right\}$$

$$G_o^* = G_{oi}^* \exp \left\{ -\beta \int \sqrt{2I_2^*} \right\} \quad \eta_r^* \geq M_m$$

## ■ 内部摩擦角

## ■ 変相角



# 西モデル

- サイクリックモビリティに入ると安定する
- 除荷時の剛性
- 応力比から相対応力比へのマッピング
- せん断弾性定数の計算法
  - ひずみが0でも塑性剛性は有限値
- パラメータ決定
- 柔軟性



# 弾塑性構成則の使いにくさ

- サイクリックモビリティ以降の履歴曲線の安定化
  - 改良のために、変に基本的な定数をいじる
- 直感的に分かりにくい
  - どのパラメータを変えたら結果がどのように変わるか
- パラメータの選定の困難さ
  - 多くの構成則の論文では、各種の実験を行うことになっている。しかし、実務ではその通りに定数を入れても良い結果とならないことが多い。
- 除荷以降の挙動が割といい加減
  - モデルの客観性
  - Masing則の問題



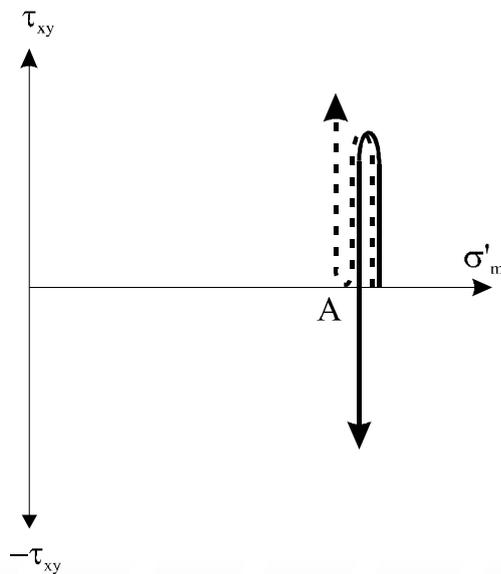
# 全ひずみ型モデル

- 一次元解析で多用される。
  - 双曲線モデル
  - Ramberg-Osgoodモデル
- 液状化解析では、経験的ダイラタンシーモデルや応力経路モデルと組み合わせて使われる。
- メカニズムが分離されているので、わかり易い。
- 結果への影響も判断しやすい。



# 全ひずみモデルの 多次元への拡張

- Dancan-Changのモデル
  - 三軸試験の結果をモデル化
  - 単調載荷
- 方向性を考慮するには、偏差応力－偏差ひずみ関係として用いればよい(単調載荷)
- 除荷の判定が出来ない。



**SATO KOGYO CO.,LTD.**

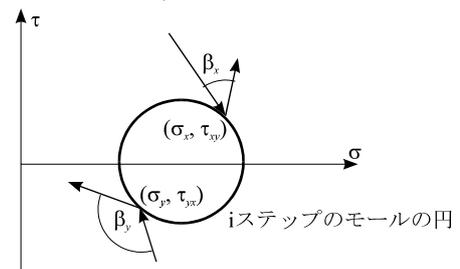
# 全ひずみモデルの 多次元への拡張

## ■ 福武らの方法 (R-Oモデル)

- $\tau_{xy} - \gamma_{xy}$  関係を用いる
- 不整形のきついところでは適用困難
- 3次元への適用は問題が多い

## ■ 福武らの方法 (松岡モデル)

- 応力反転パラメータ
- 3次元には困難
- 履歴曲線が不連続



## ■ 東畑の方法 (Multi-YUSAYUSA)

- multi-spring
- 井合モデルに受け継がれる

## ■ 吉田らの方法

- 全ひずみで弾塑性法と同じ枠組み



# 経験的ダイランシー モデルの扱い方

$$\{d\tau\} = [D](\{d\varepsilon\} - \{m\}d\varepsilon_{vd})$$

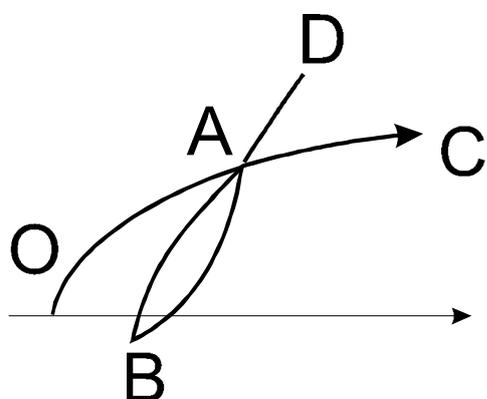
$$\{m\}^T = \{\alpha \quad \beta \quad \gamma \quad 0 \quad 0 \quad 0\} \quad \alpha + \beta + \gamma = 1$$

- 体積ひずみを3つの成分に分ける
  - Zienkiewicz: 等方→井合モデル
  - Finn: 境界条件に依存
- $d\varepsilon_{vd}$ も応力状態の関数なので接線剛性に出るはずだが、式がそのように適合していないのが普通
- ひずみ増分が与えられてはじめてその増分で生じていた体積ひずみ分かる。→接線剛性は求まらない。

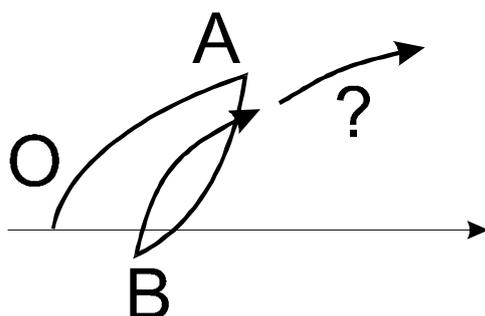


## Masing則の扱い方

- 履歴曲線は処女載荷曲線と相似形
- 以前の除荷ひずみを越えたら、以前の履歴曲線に戻る。



- 有効拘束圧が変化するとバックボーン曲線も変化する。



# Masing則の改良

## ■ YUSAYUSAの方法

- 全除荷点を再計算

## ■ DESRAの方法

- 無次元化

$$\tau = \frac{G\gamma}{1 + \frac{G\gamma}{\tau_f}} \quad \frac{\tau}{\tau_f} = \frac{\gamma / \gamma_r}{1 + \gamma / \gamma_r} \quad T = \frac{\Gamma}{1 + \Gamma}$$

## ■ 吉田の方法

- 応力比(有効拘束圧変化の影響を受けない)で判定



**SATO KOGYO CO.,LTD.**

# 井合モデル

- せん断変形はmulti-springモデル



**SATO KOGYO CO.,LTD.**

# 井合モデル

- ダイレタンシーは応力経路モデル
  - 応力フロントを前進させる
  - 破壊曲面近くの現象をうまく表現するために、無次元化空間にマッピング
  - 過剰間隙水圧モデル→仮想体積ひずみ



# 井合モデル

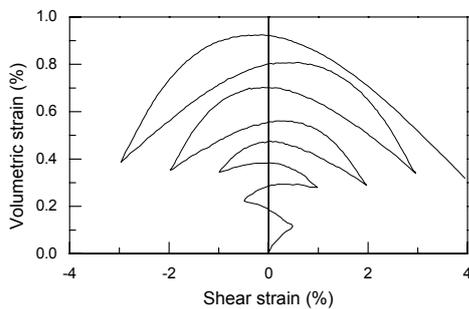
- 非排水状態でのモデル
- 変形が出過ぎる
  - 設計用に用いるのなら、安全側



**SATO KOGYO CO.,LTD.**

# R-O+お椀モデル

- ダイランシー成分を単調増加成分と繰返し成分に分ける。



$$\varepsilon_{\Gamma} = A \cdot \Gamma^B$$

膨張成分

サイクリックモビリティ

$$\varepsilon_G = \frac{G^*}{C + D \cdot G^*}$$

圧縮成分

$\Gamma$  : 合せん断ひずみ

$G^*$  : 累加合せん断ひずみ



**SATO KOGYO CO.,LTD.**

# R-O+お椀モデル

- サイクリックモビリティらしく見える
- 破壊曲面を越えた応力状態



**SATO KOGYO CO.,LTD.**

# 吉田・石原の考え方

- 骨格曲線は $G-\gamma$ 関係を満たせばよい。
  - 部分線形モデル
- 履歴曲線は $h-\gamma$ 関係を満たすように決める。
  - 仮想の骨格曲線にMasing則
  - 除荷点を通る。
  - Masing則を適用して得られる履歴曲線の減衰が $h$
- 拘束圧に対する $G-\gamma$ 、 $h-\gamma$ 関係の変化は、双曲線モデルの比と同じ。



# 吉田・辻野のモデル

- Duncan-Changのモデルに繰返し則を入れたような形になっている(厳密には異なる)
- 吉田・石原の考え方の導入

$$d\sigma'_m = B(\sigma'_m)(d\varepsilon_v - d\varepsilon_{vd})$$

$$\eta = \eta(\xi) \quad \eta = \frac{\sigma_e}{\tau_{\max}} \quad \xi = \frac{e \cdot G_{\max}}{\tau_{\max}}$$

$$d\xi_{ij} = de_{ij} G_{\max} / \tau_{\max}$$

$$s_{ij} = (\eta_{ij,o} + g d\xi_{ij}) \tau_{\max}$$

$$\eta - \eta_B = \frac{a(\xi - \xi_B)}{b + \frac{|\xi - \xi_B|}{2}}$$



# ユーザーはどこまで 我慢できるか

- 自分で作ったプログラムであれば、適当なところで妥協する。
- 買ったプログラムでは完全を期待する。
- 液状化の問題では、完全を期待することは困難なことが多い。
  - 多くの問題が除荷時に発生する
  - せん断と体積ひずみの増分符号で式が変わる構成則もある
- 非線形解析の手法とも関連している。



# 弾性定数の矛盾

## ■ 体積変化

- $e$ - $\log p$ 平面で直線→拘束圧に比例
- 拘束圧のべきに比例

## ■ ポアソン比

- 拘束圧に依存
- 拘束圧に依存しない

## ■ せん断弾性定数

- 塑性せん断定数

## ■ 弾塑性型構成則では、体積変化から入るものが多い。



# 過剰間隙水圧の消散

- rebound曲線は拘束圧にのみ依存  
←e-logp平面で直線  
←拘束圧のべきに依存
- 非排水载荷の時生じたはずの、ダイレタンシーによって生じた体積変化はどこへ行ったか
- 有効応力の原理は成立しているのか

$$\frac{d\varepsilon_{vd}}{d\gamma} = \mu - \frac{q}{p}$$

